Письма в ЖЭТФ, том 35, вып.8, стр. 334 – 337 *20 апреля 1982 г.*

ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТОВ ЛОКАЛИЗАЦИИ В НОРМАЛЬНОМ МЕТАЛЛЕ НА СВОЙСТВА *SNS*-КОНТАКТА

Б.З.Спивак, Д.Е.Хмельницкий

Показано, что квантовые поправки к проводимости нормального металла, находящегося между двумя сверхпроводниками, зависят от разности фаз параметра порядка в сверхпроводниках. Если к *SNS*-контакту проложено напряжение, то ток через контакт осциллирует с частотой вдвое бо́льшей, чем джозефсоновская частота. Предложено граничное условие для "куперона" на границе нормального металла и сверхпроводника.

1. Известно, что в нормальном металле со случайно расположенными примесями когерентность фазы волновой функции электронов сохраняется на расстояниях L_φ, значительно бо́льших длины свободного пробега l. В рамках классической кинетики $(p_F l \gg 1)$ это

явление не проявляется. Однако в последнее время было обнаружено, что квантовые поправки к кинетическим коэффициентам целиком определяются этой фазовой памятью [1,2]. Чувствительность фазы волновой функции к слабым магнитным полям приводит к аномальному магнитосопротивлению [3,4], а также к эффекту Ааронова – Бома в неупорядоченных проводниках [5,6].

В настоящей работе показано, что фаза волновой функции электрона в нормальном металле, граничащем со сверхпроводником, чувствительна к фазе χ параметра порядка в сверхпроводнике $\Delta = |\Delta| e^{i\chi}$. Это приводит к тому, что проводимость SNS-контакта является осциллирующей функцией разности фаз сверхпроводников $\varphi = \chi_1 - \chi_2$ с периодом π. Поэтому, если к SNS-контакту приложено напряжение V, то ток через контакт, кроме постоянной составляющей, содержит также осциллирующую с частотой $\omega = 4eV/\hbar$, которая в два раза больше джозефсоновской частоты.

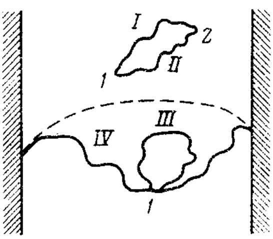

Рис.1.

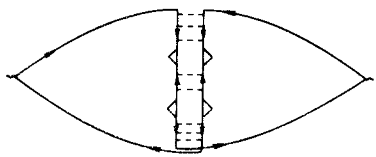

Рис.2.

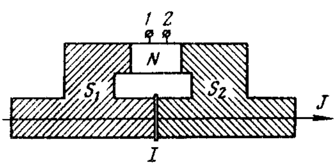

Рис.3.

2. Рассмотрим контакт сверхпроводника и нормального металла при температуре $T << |\Delta|$. Электрон, падая из нормального металла на границу со сверхпроводником, может испытывать как обычное, так и андреевское отражение, при котором электрон превращается в дырку с противоположно направленным импульсом. Амплитуда андреевского отражения равна $re^{i\chi}$ $(r \leqslant 1)$.

Механизм возникновения квантовых поправок к проводимости качественно проиллюстрирован на рис.1. Вероятность перехода электрона из точки *1* в точку *2* определяется квадратом суммы амплитуд вероятностей, которые соответствуют различным диффузионным траекториям, связывающим точки *1* и *2* (траектории I, II, III на рис.1). При $p_F l >> 1$ различным траекториям отвечают сильно различающиеся фазы амплитуд вероятностей. Поэтому интерференцией амплитуд, отвечающим различным траекториям, можно пренебречь. Исключение составляют траектории, для которых с точностью до длины волны электрона $\lambda\!\!\!^{-} = h/p_F$ точки *1* и *2* совпадают (траектории III и IV на рис.1). Каждая такая траектория может быть пройдена двумя способами, отличающимися различными направлениями обхода замкнутой петли. Учет интерференции амплитуд, соответствующих этим двум траекториям, и приводит к квантовым поправкам к проводимости [1,2]. Среди возвращающихся траекторий имеются такие, на которых электрон (сплошная линия ра рис.1) испытывает андреевское отражение на границе со сверхпроводником и превращается в дырку (пунктирная линия на рис.1). Интерференционные слагаемые, соответствующие таким траекториям, пропорциональны $\cos 2\varphi$ $(\varphi = \chi_1 - \chi_2)$. Это происходит потому, что при превращении электрона в дырку волновая функция приобретает дополнительную фазу $\chi_{1,2}$, а при превращении дырки в электрон – фазу $-\chi_{2,1}$. Рассмотренная интерференция экспоненциально затухает, когда толщина нормального металла превышает диффузионную длину сбоя фазы $L_\varphi = \sqrt{D\tau_\varphi}$, где $D = \frac{1}{3} v_F l$ – коэффициент диффузии электронов, τ_φ – время сбоя фазы. При низких температурах $L_\varphi >> \xi_T = \sqrt{D\hbar/T}$ (ξ_T – длина когерентности нормального металла, на которой исчезают эффекты близости).

3. Квантовая поправка к проводимости определяется веерной диаграммой [2], которая изображена на рис.2 с учетом возможности андреевского отражения. Важным элементом этой диаграммы является куперон $C(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t_1, t_2, t_3, t_4) = \langle \psi(\mathbf{r}, t_1)\, \psi(\mathbf{r}, t_2)\, \psi^+(\mathbf{r}', t_3)\, \psi^+(\mathbf{r}', t_4) \rangle$.
Квантовая поправка к проводимости выражается через куперон с помощью формулы

$$\Delta\sigma = -\frac{2\sigma_0}{\pi\nu} \int_{-\infty}^{\infty} d\eta\, C^{\,t}_{-\eta\,\eta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}) . \tag{1}$$

Здесь ν — плотность состояний на поверхности Ферми, σ_0 — проводимость металла, определяемая формулой Друде. Куперон $C^{\,t}_{\eta,\eta'}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\,\delta_{t,\,t'}$ подчиняется уравнению [2,3,7,8]

$$\left\{\frac{\partial}{\partial\eta} + D\left[-i\vec{\nabla} - \frac{e}{c\hbar}\mathbf{A}\left(\mathbf{r}, t+\frac{\eta}{2}\right) - \frac{e}{c\hbar}\mathbf{A}\left(\mathbf{r}, t-\frac{\eta}{2}\right)\right]^2 + \frac{1}{\tau_\varphi}\right\} C^{\,t}_{\eta,\eta'}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \tag{2}$$

$$= \frac{1}{\tau}\,\delta(\eta - \eta')\,\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') .$$

Здесь $\tau = l/v_F$ — время свободного пробега, $\eta = t_1 - t_2$, $t = \frac{1}{2}(t_1 + t_2)$, $\eta' = t_3 - t_4$, $t' = \frac{1}{2}(t_3 + t_4)$, $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ — вектор-потенциал электромагнитного поля.

В нормальном металле, граничащем со сверхпроводником, как известно, необходимо пользоваться двухкомпонентной волновой функцией $C^{\pm}$, включающей волновые функции электрона и дырки. Поэтому уравнение (2) для C^+ должно быть дополнено комплексно-сопряженным уравнением для функции C^-. На границе со сверхпроводником эти уравнения должны быть дополнены граничными условиями

$$\mathbf{n}\vec{\partial}\, C^+_{\eta,\eta'} = \mathbf{n}\vec{\partial}\, C^-_{\eta,\eta'} \exp\left\{i\chi\left(t + \frac{\eta}{2}\right) + i\chi\left(t - \frac{\eta}{2}\right)\right\}, \tag{3}$$

$$C^+_{\eta,\eta'} - C^-_{\eta,\eta'} \exp\left\{i\left[\chi\left(t + \frac{\eta}{2}\right) + \chi\left(t - \frac{\eta}{2}\right)\right]\right\} = \begin{cases} 0, & \text{при } r \gtrsim 1 \\ \dfrac{D}{\pi v_F r^2}\, \mathbf{n}\vec{\partial}\, C^+_{\eta,\eta'}, & \text{при } r \ll 1, \end{cases} \tag{4}$$

где $\vec{\partial} = \vec{\nabla} - i\frac{e}{c\hbar}\left[\mathbf{A}\left(\mathbf{r}, t + \frac{\eta}{2}\right) + \mathbf{A}\left(\mathbf{r}, t - \frac{\eta}{2}\right)\right]$, $\mathbf{n}$ — нормаль к границе. Условия (3), (4) написаны по аналогии с граничными условиями для уравнений диффузии для двухкомпонентной смеси, в которой имеется конечная вероятность взаимного превращения на границе. Если опустить множитель $\exp\{i[\chi(t_1) + \chi(t_2)]\}$, то уравнение (3) описывает сохранение полного числа частиц, а уравнение (4) связывает разность концентраций компонент на границе с потоком одной из компонент. Как обычно, разность концентраций возникает только в случае $r \ll 1$; в противном случае концентрации на границе равны. Фазовый множитель $\exp\{i[\chi(t_1) + \chi(t_2)]\}$ связан с изменением фазы волновой функции квазичастицы при андреевском отражении.

Уравнение (2) и граничные условия (3), (4) позволяют решать задачи о влиянии контакта со сверхпроводником на квантовые поправки к кинетическим коэффициентам в нормальном металле. Квантовая поправка к сопротивлению нормальной прослойки толщиной L в SNS-контакте равна

$$\Delta R = \frac{2e^2}{\pi^2\hbar} R^2 \frac{1}{L} \sum_{Q_\parallel} \int \frac{d\mathbf{Q}_\perp}{(2\pi)^2} \left(Q_\parallel^2 + Q_\perp^2 + \frac{1}{L_\varphi^2}\right)^{-1} . \tag{5}$$

Здесь $Q_\parallel$ — волновой вектор, являющийся собственным значением граничной задачи для уравнения диффузии с граничными условиями (3), (4). Если $Ql \sim l/L \ll r^2$, то правую часть уравнения (4) можно считать равной нулю. При этом $Q_\parallel = (1/L)(\pi n - \varphi)$, где n — целое число.

Формула (5) совпадает с выражением для квантовой поправки к проводимости полого цилиндра в зависимости от магнитного потока, пронизывающего этот цилиндр [5] (эффект Ааронова – Бома в неупорядоченной системе), если заменить в (5) φ на отношение магнитного потока к кванту магнитного потока, а L – на половину длины окружности цилиндра. Особенно просто формула (5) выглядит, когда поперечные размеры контакта меньше L_φ :

$$\Delta R = \frac{e^2}{\pi\hbar} R^2 \frac{L_\varphi}{L} \frac{\operatorname{sh} L/L_\varphi}{\operatorname{ch} \frac{L}{L_\varphi} - \cos 2\varphi} . \tag{6}$$

Остальные предельные случаи рассмотрены в [5].

4. Рассмотренные выше эффекты можно наблюдать в двух режимах: а) в режиме, когда с помощью джозефсоновского перехода, подсоединенного параллельно к *SNS*-контакту, зафиксирована фаза (рис.3), и б) в нестационарном режиме. Наиболее просто последний режим реализуется, когда к *SNS* -контакту приложено напряжение V. В этом случае разность фаз φ удовлетворяет уравнению Джозефсона

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\,eV}{\hbar} . \tag{7}$$

Ток через *SNS*-контакт I связан с V законом Ома $I = \sigma(\varphi)V$ и осциллирует с частотой $\Omega = 4eV/\hbar$, которая вдвое больше частоты Джозефсона:

$$I = \left(\sigma_0 + \sigma_1 \sin \frac{4e}{\hbar} Vt\right) V. \tag{8}$$

Выражение (8) справедливо в адиабатическом приближении $\omega = 4eV/\hbar << DL^{-2}$, когда за период колебаний электроны успевают продиффундировать вдоль траектории, соединяющей два сверхпроводника (траектория IV на рис.1). При бóльших ω амплитуда осцилляций экспоненциально убывает.

5. Рассмотренное явление иммитирует нестационарный эффект Джозефсона в *SNS*-контакте. Отличие состоит в том, что частота осцилляций вдвое превышает джозефсоновскую частоту $2eV/\hbar$. Подчеркнем что стационарный эффект Джозефсона в рассмотренной нами системе отсутствует.

Для наблюдения рассмотренных выше эффектов необходимо выполнение условия $L_\varphi \gtrsim \gtrsim L >> \xi_T = \sqrt{D\hbar/T}$. Время сбоя фазы τ_φ может быть связано как с неупругими процессами (электрон-фононными и электрон-электронными) [1,8], так и с упругими рассеянием на парамагнитных примесях [9] .

Авторы благодарны Б.Л.Альтшулеру, Л.Г.Асламазову, А.И.Ларкину. Ю.Н.Овчинникову, А.Шеланкову, В.В.Шмидту за полезные обсуждения.

Литература

1. *Anderson P.W., Abrahams E., Ramakrishnan T.V.* Phys. Rev. Lett., 1981, 43, 718.

2. *Горьков Л.П., Ларкин А.И., Хмельницкий Д.Е.* Письма в ЖЭТФ, 1979, 30, 248.

3. *Altshuler B.L., Khmel'nitzkii D., Larkin A.I. , Lee P.A.* Phys. Rev., 1980, B22, 5142.

4. *Альтшулер Б.Л., Аронов А.Г., Ларкин А.И., Хмельницкий Д.Е.* ЖЭТФ, 1981, 81, 768.

5. *Альтшулер Б.Л., Аронов А.Г., Спивак Б.З.* Письма в ЖЭТФ, 1981, 34, 285.

6. *Шарвин Д.Ю., Шарвин Ю.В.* Письма в ЖЭТФ, 1981, 34, 285.

7. *Altshuler B.L., Aronov A.G., Khmel'nitskii D.E.* Sol. St. Comm., 1981, 39, 619.

8. *Altshuler B.L., Aronov A.G., Khmel'nitskii D.E.* J. Phys. C., 1982 (to be published).

9. *Lee P.A.* J. Noncristall. Sol., 1980, 35, 21.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
15 марта 1982 г.