*Письма в ЖЭТФ, том 35, вып. 8, стр. 347 – 349* *20 апреля 1982 г.*

# КАЛИБРОВОЧНЫЕ ТЕОРИИ БЕЗ "ДУХОВ" ФАДДЕЕВА – ПОПОВА

*И.В.Тютин*

Показано, что в калибровочных теориях физические величины можно вычислять, пользуясь лишь "наивными" правилами Фейнмана в лоренц-ковариантных калибровках без учета "духов" Фаддеева – Попова.

В этой статье мы покажем, что, в принципе, в калибровочных теориях для вычисления физических величин можно пользоваться "наивными" правилами Фейнмана без фиктивных частиц – "духов" Фаддеева – Попова. Рассмотрим для простоты теорию чистого поля Янга – Миллса. Стандартное действие для этого случая имеет вид

$$S = -\frac{1}{4} G^2_{\mu\nu} - \frac{1}{2} (\partial_\mu \kappa^{\mu\nu} A^a_\nu)^2 + \overline{C}^a \partial_\mu \kappa_{\mu\nu} \nabla^{ab}_\nu C^b .$$

Мы покажем, что при определенном способе вычислений фиктивные частицы дают нулевой вклад в функции Грина калибровочных полей и могут, поэтому, быть опущены. Наводящими являются следующие соображения. Во-первых, кроме действия необходимо задать еще регуляризацию. Удобной оказывается размерная регуляризация [1], которая обладает тем замечательным свойством, что в ней величины вида $\delta^{(n)}(0)$ оказываются равными нулю [2]. Во-вторых, как известно, в кулоновской калибровке ($\kappa_{0\mu} = 0$, $\kappa_{ij} = \delta_{ij}$) вклад фиктивных частиц в функции Грина калибровочных полей эффективно описывается действием

$-i\delta^{(1)}(0)\mathrm{Sp}\ln\partial_i\nabla_i$. Если бы вместо $\delta^{(1)}$ (0) стояло бы $\delta^{(n)}(0)$, это выражение равнялось бы нулю.

Мы предлагаем следующие правила вычислений. Используется размерная регуляризация, а $\kappa_{\mu\upsilon}$ продолжается в $n$-мерное пространство следующим образом:

$$\kappa_{\mu\upsilon} \to \kappa^{(0)}_{\mu\upsilon} = \mathrm{diag}\,(\underbrace{a, \dots, a}_{4+\epsilon}, \underbrace{0, \dots, 0}_{\epsilon}),$$

где $n = 4 + 2\epsilon$ (отметим, что лоренц-ковариантность в первых четырех измерениях явно сохраняется). Тогда вклад фиктивных полей описывается действием $-i\delta^{(\epsilon)}(0)\mathrm{Sp}\ln\partial_{\hat\mu}\nabla_{\hat\mu}$ ($\hat\mu$ означает, что индекс $\mu$ принимает значения 0, 1, ... , $4 + \epsilon - 1$) и равен нулю. Возможно, более удобным окажется несколько модифицированная схема, $\kappa_{\mu\upsilon}$ продолжается в $n$-мерное пространство следующим образом (с явным сохранением лоренц-ковариантности в первых четырех измерениях):

$$\kappa_{\mu\upsilon} \to \kappa^{(\beta)}_{\mu\upsilon} = \mathrm{diag}(a, a, a, a, \underbrace{a\beta, \dots, a\beta}_{2\epsilon}).$$

Проводятся все вычисления при $\epsilon < 0$, затем $\beta$ устремляется к нулю и после этого берется предел $\epsilon \to 0$. В этом случае вклад фиктивных частиц в функции Грина калибровочных полей также зануляется. Проиллюстрируем сказанное выше на примере однопетлевого вклада фиктивных полей в пропагатор калибровочных полей. Соответствующее выражение пропорционально интегралу:

$$\int d^4k d^{2\epsilon}\mathbf{k} \frac{\widetilde{k_\mu}(\widetilde{k_\upsilon} - \widetilde{p_\upsilon})}{(k^2 + \beta\mathbf{k}^2)((k-p)^2 + \beta(\mathbf{k}-\mathbf{p})^2)},$$

где $\widetilde{k_\mu}$ означает, что $2\epsilon$-компонент $k_\mu$ умножены на $\beta$, $k^2$ — квадрат первых четырех компонент, $\mathbf{k}^2$ — квадрат последних $2\epsilon$-компонент. Если сразу положить $\beta = 0$ под знаком интеграла, тогда факторизуется $\int d^{2\epsilon}\mathbf{k} \sim \delta^{(2\epsilon)}(0)$, который следует считать равным нулю. Этот способ является иллюстрацией первого метода (отметим, что оставшийся интеграл по $d^4k$ расходится; чтобы этого не случилось, в первом методе занулялись только $\epsilon$-компонент $\kappa_{\mu\upsilon}$, а другие $\epsilon$-компонент регуляризуют интеграл по $d^{4+\epsilon}k$). При $\beta \neq 0$ сделаем замену переменных $\mathbf{k} \to \beta^{1/2}\mathbf{k}$. Тогда фейнмановский интеграл принимает вид

$$\sim \beta^{-\epsilon}\,\Pi\,(p,\ \mathbf{p},\ \beta,\ \epsilon)\,, \tag{1}$$

причем $\Pi$ существует и имеет конечный предел при $\beta \to 0$ (и при $\epsilon$, отличном от целого числа). Поэтому, если взять предел $\beta \to 0$ при $\epsilon < 0$, рассматриваемый интеграл зануляется. Нетрудно показать, что и все остальные петли фиктивных частиц имеют вид (1), и их вклад можно занулить аналогичным приемом.

Таким образом, предлагаемые методы вычислений позволяют обойтись вообще без учета фиктивных полей. Получающиеся выражения для физических величин ($S$-матрицы и матричных элементов калибровочно-инвариантных операторов) совпадают с результатами расчетов по обычным правилам. Это следует из того, что при $\epsilon \neq 0$ вся модификация сводится только к специальному выбору $\kappa_{\mu\upsilon}$, то есть к выбору калибровки. Однако физические величины не зависят от калибровки при всех $n$.

Очевидно, что этот прием работает и в общем случае произвольной калибровочной теории (конечно, если существует калибровочно-инвариантная регуляризация, составной частью которой является аналитическое продолжение по размерности пространства). Возможно даже, что он окажется более удобным для конкретных расчетов, поскольку в калибровочных теориях общего вида структура лагранжиана фиктивных частиц значительно усложняется [3-6] и в общем случае этот лагранжиан может быть эффективно и не удастся построить. В то же время, ответы для физических величин можно получить, пользуясь "наивными" правилами Фейнмана; в частности. это относится к расширенной супергравитации, где структура лагранжиана "духов" еще не установлена.

Автор благодарит М.Васильева, Б.Воронова и М.Соловьева за полезное обсуждение рассмотренных вопросов.

### Литература

1. *'t Hooft G., Veltman M.* Nucl. Phys., 1972, **B44**, 189.
2. *Leibkandt G.* Rev. Mod. Phys., 1975, **47**, 849.
3. *Fradkin E.S., Vasiliev M.* Phys. Lett., 1977, **72B**, 70.
4. *Каллош Р.Э.* Письма в ЖЭТФ, 1977, 26, 573.
5. *de Wit B., van Holten J.W.* Phys. Lett., 1979, **79B**, 389.
6. *Batalin I.A., Vilkovisky G.A.* Phys. Lett., 1981, **102B**, 27.

Институт сильноточной электроники
Академии наук СССР
Сибирское отделение

**Поступила в редакцию**
**16 февраля 1982 г.**