

ПРЫЖКОВАЯ ПРОВОДИМОСТЬ С ПЕРЕМЕННОЙ ДЛИНОЙ ПРЫЖКА В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Б.И.Шкловский

Показано, что при нерезонансном подбарьерном туннелировании в поперечном магнитном поле рассеяние на примесях приводит к тому, что зависимость прозрачности от расстояния r , которая без учета рассеяния имеет вид $\exp(-r^2/2\lambda^2)$, превращается в $\exp(-2r/b)$. Это позволяет объяснить наблюдавшуюся в эксперименте температурную зависимость прыжковой проводимости с переменной длиной прыжка в магнитном поле.

Недавно Токумото, Мансфелд и Ли (ТМЛ) исследовали прыжковую проводимость с переменной длиной прыжка (variable range hopping, VRH) образцов n -InSb при температурах T до 0,03К и магнитных полях H до 40 кЭ. Они обнаружили, что температурная зависимость удельного сопротивления хорошо описывается законом

$$\rho = \rho_0 \exp(T_0/T)^{1/2}. \quad (1)$$

Как известно, закон

$$\rho = \rho_0 \exp(T_0/T)^x \quad (2)$$

с $x = 1/4$ впервые вывел Мотт² для случая, когда плотность состояний $g(\epsilon)$ вблизи уровня Ферми постоянна, а волновые функции доноров спадают по закону $\exp(-r/a)$. Позже было показано³, что в действительности вблизи уровня Ферми имеется кулоновская щель, т. е. $g(\epsilon) \simeq \kappa^3 e^{-6} \epsilon^2$, где энергия ϵ отсчитывается от уровня Ферми, e – заряд электрона, κ – диэлектрическая проницаемость. Согласно³ наличие кулоновской щели приводит к закону (1) с $T_0 = \beta e^2 / (kka)$, где k – постоянная Больцмана и $\beta \simeq 2,7^4$. Влияние сильного магнитного поля на VRH связано со сжатием волновых функций. На больших расстояниях от донора, находящегося в центре цилиндрической системы координат с осью z , параллельной H , волновая функция имеет вид

$$\psi(\rho, z) \propto \exp \left\{ - \frac{\rho^2}{4\lambda^2} - \frac{|z|}{a(H)} \right\}, \quad (3)$$

где $\lambda = (c\hbar/eH)$ – магнитная длина, $a(H) = \hbar[2mE(H)]^{-1/2}$, m – эффективная масса, $E(H)$ – энергия связи электрона на доноре в поле H . Причина быстрого спада функции (3) в поперечном направлении состоит в том, что магнитное поле создает вокруг донора потенциальный барьер $U(\rho)$, который растет при удалении от оси z , как ρ^2 (штриховая линия на рис. 1). Использование функций (3) приводит к изменению температурной зависимости VRH. В работе⁵ без учета кулоновской щели было получено значение $x = 1/3$. При наличии кулоновской щели согласно расчету ТМЛ должно быть $x = 3/5$. Однако в противоречии с этим выводом эксперимент ТМЛ с высокой точностью дает $x = 1/2$. Цель настоящего сообщения показать, что хотя волновая функция отдельного донора имеет вид (3) и целиком определяет прыжковую проводимость с прыжками на ближайших соседях⁶, ее использование для описания VRH не корректно. Дело в том, что в случае VRH волновая функция необходима на расстояниях ρ , превышающих среднее расстояние между донорами $R \equiv N^{-1/3}$, где N – концентрация доноров. Тогда при подбарьерном движении от своего донора электрон может многократно рассеиваться на других донорах, каждый раз „сдвигая” центр своего осциллятора Ландау, т. е. „сбрасывая” потенциальный барьер, созданный магнитным полем (рис. 1). В результате высота барьера перестает монотонно возрастать с ростом ρ , а волновая функция приобретает вид

$$\psi(\rho, z) \propto \exp \left\{ - \frac{|z|}{a(H)} - \frac{\rho}{b(H, N)} \right\}, \quad (4)$$

где $b(H, N)$ – длина, которая будет найдена ниже. Использование волновой функции (4) для описания VRH приводит к формуле (1) с $T_0 = \beta_1 e^2 (k\kappa)^{-1} [a(H)b^2]^{-1/3}$, где β_1 – численный коэффициент. Таким образом, противоречие с экспериментальным результатом ТМЛ, касающееся значения x , устраняется.

Для вывода формулы (4) будем исходить из гамильтониана примесной зоны слабо легированного полупроводника в представлении функции ψ_i^0 вида (3), соответствующих изолированным донорам:

$$\mathcal{H} = \sum_i \epsilon_i a_i^+ a_i + \sum_{i \neq j} V_{ij} a_i^+ a_j, \quad (5)$$

где ϵ_i — энергия состояния на доноре i , a_i^+ — оператор рождения электрона в этом состоянии,

$$V_{ij} = V_0 \exp \left\{ - \frac{x_{ij}^2 + y_{ij}^2}{4\lambda^2} - \frac{|z_{ij}|}{a(H)} \right\} \exp \{ -i \Phi_{ij} \} \quad (6)$$

— матричный элемент перехода $i \rightarrow j$, $x_{ij} = x_j - x_i$, $r_i = (x_i, y_i, z_i)$ — координата донора i , $\Phi_{ij} = \frac{e}{\hbar c} \mathbf{H} [r_i, r_j]$. Будем считать перекрытие доноров очень слабым, так что $|V_{ij}| \ll |\epsilon_j - \epsilon_i|$

и исследуем поведение на больших расстояниях собственной функции гамильтониана (5) $\psi_1(\mathbf{r})$, которая имеет энергию, близкую к ϵ_1 и в основном локализована около донора 1. Для этого запишем $\psi_1(\mathbf{r})$ в виде ряда

$$\psi_1(\mathbf{r}) \approx \psi_1^0(\mathbf{r}) + \sum_i \frac{V_{1i} \psi_i^0(\mathbf{r})}{\epsilon_1 - \epsilon_i} + \sum_{i \neq j} \frac{V_{1i} V_{ij} \psi_j^0(\mathbf{r})}{(\epsilon_1 - \epsilon_i)(\epsilon_1 - \epsilon_j)} + \dots, \quad (7)$$

члены которого описывают туннельное движение электрона из точки r_1 (далее $r_1 \equiv 0$) в точку r без рассеяния, с одним, двумя и т. д. рассеяниями. Ряд (7) отличается от ряда теории возмущений тем, что в нем отброшены слагаемые, описывающие возвраты электрона в ту же точку и обеспечивающие в частности, правильную нормировку $\psi_1(\mathbf{r})$. По терминологии ⁷ ряд (7) описывает нерезонансное туннелирование. При $R \gg \lambda$ и $r \gg R$ в перпендикулярном H направлении различные слагаемые (7) экспоненциально отличаются друг от друга и показатель экспоненты $\psi_1(r)$ определяется оптимальным при заданном расположении доноров путем туннелирования. При этом он по модулю много меньше, чем показатель $\psi_1^0(r)$. Покажем это сначала для более простой двумерной задачи о волновых функциях доноров в очень тонкой пленке, помещенной в перпендикулярное ей магнитное поле. Тогда $V_{ij} \propto \exp(-r_{ij}^2/4\lambda^2)$ и наиболее вероятный оптимальный путь туннелирования в точку r в плоскости пленки будет состоять из $n \approx r/R$ „шагов” длиной порядка R каждый (рис.2). Для каждого шага $V_{ij} \propto \exp(-R^2/4\lambda^2)$ и, следовательно,

$$\psi_1 \propto \exp(-nR^2/4\lambda^2) = \exp(-r/b), \quad (8)$$

где $b = s\lambda^2 R^{-1}$, а s — численный множитель. При $r \gg R$ очевидно, что $\psi_1(r) \gg \psi_1^0(r)$.

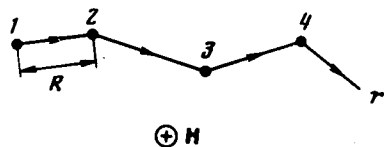
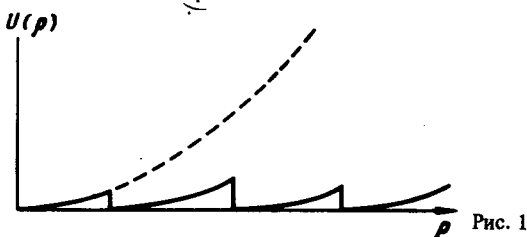


Рис. 1

Рис. 2

В трехмерном случае при $r = (\rho, 0, 0)$ вектор r_{ij} типичного „шага”, как правило, расположен внутри поверхности

$$\frac{x_{ij}^2 + y_{ij}^2}{4\lambda^2} + \frac{|z_{ij}|}{a(H)} \leq \xi, \quad x_{ij} > 0, \quad (9)$$

где ξ определяется условием $N \Omega(\xi) \approx 1$, а $\Omega(\xi) = (\pi/2) \xi^2 a \lambda^2$ — объем ограниченный этой поверхностью. Типичное $V_{ij} \approx V_0 \exp(-\xi)$ и $n \approx \rho / \lambda \sqrt{\xi}$. В результате $\psi_1(r)$ определяется формулой (4), где $b(H, N) = t \lambda^{3/2} a^{1/4} R^{-3/4}$, а t — численный коэффициент. В условиях ¹ поле H лишь в несколько раз превосходит поле H_c , при котором происходит переход металл — диэлектрик, т. е. $N \lambda^2 a \lesssim 1$. При этом $b \approx \lambda$. При $H \rightarrow H_c$ когда $a(H) \propto (1 - H/H_c)^\nu$, $b(H)$ должно расти, как $\lambda(1 - H/H_c)^\nu$, а $\psi_1 \propto \exp\{- (z^2/a^2 + \rho^2/b^2)^{1/2}\}$.

В заключение подчеркнем, что описанное здесь влияние подбарьерного рассеяния на туннелирование в поперечном магнитном поле, на наш взгляд, является совершенно общим. В частности, поперечная нерезонансная туннельная прозрачность пленки с примесями в параллельном направлении пленки магнитном поле должна зависеть от толщины пленки d не по закону $\exp(-d^2/2\lambda^2)$, как для чистой пленки, а по закону $\exp(-2d/b)$, где b зависит от H и N .

Литература

1. Tokumoto H., Mansfeld R., Lea M.J. Solid State Comm., 1980, 35, 961; Phil. Mag., 1982 (в печати).
2. Mott N.F. J. Non-Cryst. Solids, 1968, 1, 1.
3. Efros A.L., Shklovskii B.I. J. Phys., 1975, C8, L 49.
4. Efros A.L., Nguen V.L., Shklovskii B.I. Solid State Comm., 1979, 32, 851.
5. Шкловский Б.И. ФТП, 1972, 6, 1197.
6. Шкловский Б.И. ЖЭТФ, 1971, 61, 2033.
7. Лифшиц И.М., Кирпиченков В.Я. ЖЭТФ, 1979, 77, 989.

Физико-технический институт
им. А.Ф.Иоффе
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
7 июня 1982 г.