Письма в ЖЭТФ, том 36, вып.3, стр. 56 –58 5 августа 1982 г.

О ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ РАСПАДЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В НАМАГНИЧЕННОМ ВАКУУМЕ

А.Л.Фабрикант

Показана возможность параметрического распада электромагнитной волны на встречные волны в вакууме с сильным магнитным полем. Найдено, что этот нелинейный эффект в намагниченном вакууме является наиболее перспективным с точки зрения возможности экспериментального наблюдения.

В магнитном поле $\mathbf{B}_0 = (B_{0x}, B_{0y}, 0)$, сравнимом по величине с $B_c = m^2c^3/e\hbar$ (e и m – заряд и масса электрона), вакуум является двоякопреломляющей средой [1]. Здесь существуют две нормальные линейно поляризованные электромагнитные волны с волновым вектором $\mathbf{k}$: $\parallel$-волна, у которой электрическое поле $\mathbf{E} \perp \mathbf{k}$, $\mathbf{E} \perp \mathbf{B}_0$ и $\perp$-волна, у которой возмущение магнитной индукции $\mathbf{B}' \perp \mathbf{k}$, $\mathbf{B}' \perp \mathbf{B}_0$. Нелинейность вакуума в сильных полях делает возможным параметрический распад – расщепление γ-квантов в магнитном поле типа $\gamma_\parallel \to \gamma_\perp + \gamma_\perp$ [2]. Учитывая, что фазовые скорости нормальных волн

$$V_\parallel = c\left(1 - \frac{2a}{45\pi} B_{0y}^2/B_c^2\right), \quad V_\perp = c\left(1 - \frac{7a}{90\pi} B_{0y}^2/B_c^2\right) \tag{1}$$

(где $a = e^2/\hbar c$) мало отличаются от скорости света c, можно показать, что законы сохранения энергии и импульса фотонов или, на другом языке, условия синхронизма взаимодействующих квазимонохроматических волн

$$\mathbf{k}_\parallel = \mathbf{k}_{\perp 1} + \mathbf{k}_{\perp 2}, \quad \omega_\parallel(\mathbf{k}_\parallel) = \omega_\perp(\mathbf{k}_{\perp 1}) + \omega_\perp(\mathbf{k}_{\perp 2}) \tag{2}$$

могут быть выполнены, если волновые векторы $\mathbf{k}_{\perp 1,2}$ направлены под малыми углами к направлению $\mathbf{k}_\parallel$ [2].

В этой статье мы хотим обратить внимание на возможность распада $\parallel$-волны на встречные $\perp$-волны. Такой распад в некоторых отношениях более существенен, чем тот, который рассмотрен в работе [2].

Уравнения поля с учетом радиационных поправок имеют вид:

$$\begin{gathered}\operatorname{div}\mathbf{B} = 0, \quad \operatorname{div}(\mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}) = 0 \\ \operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot}(\mathbf{B} - 4\pi\mathbf{M}) = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}).\end{gathered} \tag{3}$$

Здесь поляризация $\mathbf{P} = \partial L'/\partial \mathbf{E}$ и намагниченность $\mathbf{M} = \partial L'/\partial \mathbf{B}$ выражаются через поправку к плотности лагранжиана электромагнитного поля [1]:

$$L = \frac{aB_c^2}{8\pi^2}\int_0^\infty \frac{\exp(-\eta)}{\eta^3}\left[-(\eta a \operatorname{ctg}\eta a)(\eta b \operatorname{cth}\eta b) + 1 - (a^2 - b^2)\eta^2/3\right] d\eta, \tag{4}$$

где $a = -i\left[(F + iG)^{1/2} - (F - iG)^{1/2}\right]/\sqrt{2}B_c$, $b = \left[(F + iG)^{1/2} + (F - iG)^{1/2}\right]/\sqrt{2}B_c$, $F = (\mathbf{B}^2 - \mathbf{E}^2)/2$, $G = (\mathbf{BE})$.

Из (3) нетрудно получить систему уравнений для волн двух поляризаций, бегущих вдоль оси x:

$$\frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 B_y}{\partial t^2} = 4\pi\left(\frac{\partial^2 M_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_z}{\partial x \partial t}\right), \quad \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2} = 4\pi\left(\frac{\partial^2 M_z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 P_y}{\partial x \partial t}\right). \tag{5}$$

Условия (2) могут быть выполнены для квазимонохроматических волн, распространяющихся вдоль оси x, если

$$\mathbf{k}_{\parallel} = (k_0, 0, 0), \ \mathbf{k}_{\perp 1} = (k_+, 0, 0), \ \mathbf{k}_{\perp 2} = (-k_-, 0, 0),$$
$$k_0 = k_+ - k_-, \ \omega_{\parallel}(k_0) = \omega_{\perp}(k_+) + \omega_{\perp}(k_-). \tag{6}$$

Нетрудно показать, что встречная волна является в этом случае низкочастотной: $\omega_{\perp}(k_-) \ll \omega_{\parallel}(k_0)$, так как

$$k_{\perp} = \frac{\mathrm{V}_{\parallel} - \mathrm{V}_{\perp}}{2c} k_0 = \frac{a}{60\pi} (B_{0y}/B_c)^2 k_0 \ll k_0 . \tag{7}$$

При $B_{0y} \sim 0,1 B_c$ получим $k_- \sim 10^{-6} k_0$. Таким образом, особенности спектра $\parallel$-волн будут переноситься в процессе параметрического распада далеко в область низких частот и проявляться в спектре волн $\perp$-поляризации.

Выражение (4) получено для медленно меняющихся полей (характерная частота $\omega \ll mc^2/\hbar$) в первом приближении по $a \ll 1$.

Вычисляя **P** и **M** в этом приближении, мы можем пренебречь влиянием радиационных поправок на волновые поля, представив полное поле в виде:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}', \quad B'_x = E_x = 0,$$
$$B'_y = \mathrm{Re}\,[b_0 \exp(i\omega_0 t - ik_0 x)], \ E_z = -B'_y,$$
$$B'_z = \mathrm{Re}\,[b_+ \exp(i\omega_+ t - ik_+ x) + b_- \exp(i\omega_- t + ik_- x)], \tag{8}$$
$$E_y = \mathrm{Re}\,[b_+ \exp(i\omega_+ t - ik_+ x) - b_- \exp(i\omega_- t + ik_- x)],$$

где $b_0(t)$ и $b_{\pm}(t)$ — комплексные амплитуды $\parallel$ и $\perp$-волн. Рассмотрим взаимодействие волн в приближении слабой нелинейности ($|b_0| \ll |\mathbf{B}_0|, |b_{\pm}| \ll |\mathbf{B}_0|$). Полагая $|\mathbf{B}_0| \ll B_c$, воспользуемся разложением L' для слабых полей ($F, G \ll B_c$):

$$L' = \frac{a}{360\pi^2} (4F^2 + 7G^2)/B_c^2 . \tag{9}$$

Подставляя теперь (8) и (9) в уравнения (5) и усредняя по быстрым осцилляциям с частотами ω_0, $\omega_{\pm}$, получим уравнения для медленно меняющихся комплексных амплитуд:

$$\frac{db_0}{dt} = \frac{aB_{0y}k_0}{60\pi B_c^2} b_+ b_- , \quad \frac{db_{\pm}}{dt} = \frac{iaB_{0y}k_{\pm}}{60\pi B_{0y}^2} b_0 b_{\pm}^* . \tag{10}$$

При заданной амплитуде b_0 эти уравнения характеризуют параметрическую неустойчивость $\perp$-возмущений с амплитудами $b_{\pm}$, инкремент которой

$$\gamma_0 = \frac{aB_{0y}|b_0|}{60\pi B_c^2} c\sqrt{k_+ k_-} = \left(\frac{a}{60\pi}\right)^{3/2} \frac{B_{0y}^2 |b_0|}{B_c^3} ck . \tag{11}$$

Аналогичный расчет для распада $\parallel$-волны на бегущие под малыми углами к ней $\perp$-волны требует использования разложения L' с точностью до кубичных по F и G слагаемых [1]. Воспользовавшись уравнениями для связанных $\parallel$ и $\perp$-волн, полученными в таком приближении в работе[3], нетрудно получить соответствующий инкремент:

$$\gamma_c = \frac{13a}{630\pi} ck_0 \frac{B_{0y}^3 |b_0|}{B_c^4} = \frac{52}{21}\left(\frac{15\pi}{a}\right)^{1/2} \frac{B_{0y}}{B_c} \gamma_0 . \tag{12}$$

Согласно (12), в слабых полях $B_{0y} < 5 \cdot 10^{-3} B_c$ распад ∥-волны на встречные ⊥-волны происходит быстрее, чем рассмотренный в[2] распад на ⊥-волны с близкими направлениями распространения.

Важно отметить также, что характерные черты рассмотренной выше трансформации волн: сильный сдвиг по частоте, смена поляризации и направления распространения – представляются весьма существенными с точки зрения возможности наблюдения такого эффекта, так как эти особенности позволяют, в принципе, выделить слабую волну, возникающую в результате параметрического распада, на фоне основного излучения.

Автор признателен В.В.Железнякову за интерес к работе и полезные замечания.

Литература

1. *Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980.

2. *Adler S.L., Bahcall J.N., Callan C.G., Rosenbluth M.N.* Phys. Rev. Lett., 1970, 25, 1061.

3. *Железняков В.В., Фабрикант А.Л.* ЖЭТФ, 1982, 82, 1366.

Институт прикладной физики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
27 мая 1982 г.