

К ТЕОРИИ ВРМБ В РАЗРЕЖЕННОЙ ПЛАЗМЕ

А.А.Зозуля, В.П.Силин, В.Т.Тихончук

Показано, что конвективная ВРМБ неустойчивость, обычно рассматриваемая в неоднородной разреженной плазме, имеет место только в условиях сильной диссипации звука, а в условиях слабой диссипации реализуется абсолютная ВРМБ неустойчивость.

Обычно эксперименты по вынужденному рассеянию Мандельштамма – Бриллюэна (ВРМБ) в неоднородной плазме интерпретируются в рамках представлений о конвективной неустойчивости^{1, 2}, в то время как в слое пространственно однородной плазмы имеет место абсолют-

ная ВРМБ неустойчивость³. Ниже мы устраним такое противоречие теории, для чего установим рамки применимости положений о конвективной неустойчивости и выявим возможность абсолютной неустойчивости в слое пространственно неоднородной плазмы на примере ВРМБ назад.

При изучении ВРМБ в направлении назад в неизотермической ($T_e \gg T_i$) разреженной ($n_e(x) \ll n_c = m\omega_0^2 / 4\pi e^2$) неоднородной плазме используем геометрическую оптику. Электромагнитное поле представим в виде

$$\mathcal{E}_y = \text{Re} \left\{ E_0 \sqrt{k_0/k_0(x)} \exp \left[i \int k_0(x') dx' - i\omega_0 t \right] + E_1(x) \sqrt{k_1/k_1(x)} \exp \left[-i \int k_1(x') dx' - i(\omega_0 - \omega)t \right] \right\}.$$

Здесь ω_0 — частота; $k_0(x) = (\omega_0/c) \sqrt{1 - n_e(x)/n_c}$ и $k_0 = \omega_0/c$ — волновой вектор в плазме и вакууме; E_0 — заданная амплитуда падающего на плазму поля накачки. Индекс 1 относится к рассеянной волне. Нам следует получить коэффициент усиления $K = E_1(-\infty)/E_1(+\infty)$. Бегущая падающая и рассеянная волна резонируют со звуковой волной с частотой ω и волновым вектором $k_s = \omega/v_s$, где v_s — скорость звука. Наиболее сильно такое взаимодействие в окрестностях резонансных точек, где $k_0(x) + k_1(x) = k_s$. Для колоколообразного профиля (рис.1) таких точек две: (x_1, x_2) . Записывая возмущение плотности в виде $\delta n(x, t) = -in_e(x) [v_1(x) \exp(ik_s x - i\omega t) - \text{к.с.}]$, для амплитуд $E_1(x)$ и $v_1(x)$ имеем укороченные уравнения:

$$E_1' = - (1/2) k_0 a E_0 v_1 \exp(-i\Phi); \quad v_1'(x) + (\Gamma_s + a'/2a)v_1 = k_0 E_0 E_1^* (16\pi n_c \kappa_B T)^{-1} \exp(-i\Phi).$$

Здесь $\Phi(x) = \int \Delta k(x') dx'$, $\Gamma_s = \gamma_s/v_s$ — пространственный декремент затухания звука, κ_B — постоянная Больцмана, $a(x) = [n_c/n_e(x) - 1]^{-1} \approx n_e/n_c$, $\Delta k(x) = k_0(x) + k_1(x) - k_s \approx k_0(a_0 - a(x))$ и $a_0 = 2 - \omega/k_0 v_s$. Наконец, для функции

$$s(x) = v_1^*(x) \exp \left[-(i/2) \int dx (\Delta k + i\Gamma_s/2 + ia'/4a) \right]$$

укороченные уравнения дают $s'' + U(x)s = 0$, где

$$U(x) = 1/4 [k_0^2 I a(x) + (a'/a)' + 2\Gamma_s' - 2i k_0 a'(x) + k_0^2 (a_0 - a - i\Gamma_s/k_0 - ia'/2k_0 a)^2],$$

а $I = |E_0|^2 / 8\pi n_c \kappa_B T$. При этом почти во всей области плазмы пригодно приближение геометрической оптики

$$s(x) = A V^{-1/4} \exp \left(i \int U^{1/2} dx \right) + B U^{-1/4} \exp \left(-i \int U^{1/2} dx \right).$$

Исключение составляют окрестности резонансных точек. Для нахождения связи коэффициентов A, B , в областях I, II, III (рис.1) используем в окрестности резонансных точек линейную аппроксимацию профиля плотности плазмы $a(x) \approx a_0 [1 + (x - x_{1,2})/L_{1,2}]$, позволяющую выразить $s(x)$ через функции параболического цилиндра, что обычным образом (см.⁴) с помощью асимптотических разложений позволяет получить следующую связь коэффициентов:

$$\begin{pmatrix} A_{II} e^{i\psi_1} \\ B_{II} e^{-i\psi_1} \end{pmatrix} = M^+ \begin{pmatrix} A_I e^{i\psi_1} \\ B_I e^{-i\psi_1} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} A_{III} e^{i\psi_2} \\ B_{III} e^{-i\psi_2} \end{pmatrix} = M^- \begin{pmatrix} A_{II} e^{i\psi_2} \\ B_{II} e^{-i\psi_2} \end{pmatrix},$$

где элементы матрицы перехода \hat{M}^σ ($\sigma = \text{sign } L_{1,2}$) имеют вид

$$M_{11}^\sigma = M_{22}^{-\sigma*} = \sqrt{2\pi} \Gamma^{-1} \left(i\kappa + \frac{1+\sigma}{2} \right) \times \\ \times \exp \left\{ -\pi\kappa/2 + i\pi\sigma/4 + i(\kappa - i\sigma/2)[-1 + \ln(\kappa - i\sigma/2)] \right\},$$

а

$$M_{12}^\sigma = M_{21}^{-\sigma} = \sigma \exp(-\pi\kappa),$$

$$\psi_{1,2} = \int_{\tilde{x}^{1,2}} dx U^{1/2}(x), \quad \tilde{x}_{1,2} = x_{1,2} - iL_{1,2}/2a_0 - (i/2a_0 k_0)(1 + 2\Gamma_s(x_{1,2})L_{1,2});$$

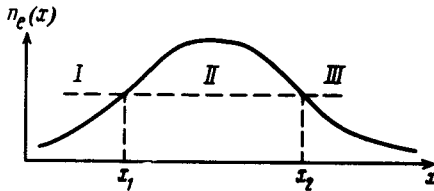
в комплексной плоскости x функция $U^{1/2}(x)$ определена условием $\text{Re } U^{1/2}(x) > 0$.
Здесь введен параметр

$$\kappa_{1,2} = (1/4) k_0 I |L_{1,2}| \left\{ 1 - (I/a_0) + (a_0 k_0^2 I)^{-1} [(a'_0/a_0)' + 2\Gamma'_s] \right\}.$$

Отметим, что матрица перехода получена в предположениях

$$(k_0 a_0 a'_0 / a'_0') \gg \max \left\{ 1, \Gamma_s(x_{1,2}) |L_{1,2}|, |k_0 a_0 L_{1,2}|^{1/2}, \kappa_{1,2} |k_0 a_0 L_{1,2}|^{1/2} \right\},$$

отвечающих линейной аппроксимации плотности в области сращивания функций параболического цилиндра с приближением геометрической оптики.



Электромагнитное поле рассеянной волны при $x \rightarrow \pm \infty$ определяется только коэффициентами A . При этом A_1 характеризует амплитуду усиленной в плазме рассеянной волны, а A_{III} ее значение при входе в плазму. Коэффициент B_1 характеризует амплитуду звуковой волны, входящей в слой плазмы. Считая, что такого источника звука нет, имеем определенные граничные условия, позволяющие записать следующее общее выражение для коэффициента усиления

$$K = D^{-1} \exp \left\{ 2i(\psi_2 - \psi_1) - i \int_{-\infty}^{+\infty} dx [U^{1/2} - (\Delta k/2) + (i\Gamma_s/2) + i(a'/4a)] \right\},$$

где

$$D = M_{12}^- M_{21}^+ + M_{11}^- M_{11}^+ \exp [2i(\psi_2 - \psi_1)].$$

Проанализируем полученную формулу в обычно реализующихся условиях $k_0^2 a_0^2 \gg \gg k_0^2 a_0 I \gg \Gamma_s'$, $(a'_0/a_0)'$ и $\Gamma_s \ll a_0 k_0$, когда

$$K = D^{-1} \exp \left[(ik_0 I/4) \int_{-\infty}^{+\infty} dx a(x)/(a(x) - a_0) \right],$$

$$D = \exp \left[-\pi(\kappa_1 + \kappa_2) \right] \left\{ 1 + \exp \left[i\Psi - \int_{x_1}^{x_2} dx \Gamma_s'(x) \right] [\exp(2\pi\kappa_1) - 1]^{1/2} [\exp(2\pi\kappa_2) - 1]^{1/2} \right\},$$

где действительная фаза определяется формулой

$$\Psi = \kappa_1 \ln |k_0 a_0 L_1| + \kappa_2 \ln |k_0 a_0 L_2| + k_0 \int_{x_1}^{x_2} dx [a - a_0 + 1/2 a I / (a - a_0)] -$$

$$- \arg[\Gamma(1 + ik_1)\Gamma(1 + ik_2)] + \pi/2.$$

Отсюда видно, что обсуждаемая обычно конвективная неустойчивость, отвечающая коэффициенту усиления $|K| \simeq \exp[\pi(\kappa_1 + \kappa_2)]$, для реализации которой предполагается $\pi\kappa_{1,2} \gg 1$, может иметь место только в условиях весьма сильной диссипации, когда $\pi(\kappa_1 + \kappa_2) <$

$\int_{x_1}^{x_2} dx \Gamma_s(x)$. Напротив, в условиях слабого поглощения, когда выполнено обратное неравенство, $|K| \simeq \exp \int_{x_1}^{x_2} dx \Gamma_s(x)$, не зависит от интенсивности волны накачки. Это отвечает на

сыщению конвективной неустойчивости. В условиях пренебрежимой диссипации звука

$$\int_{x_1}^{x_2} dx \Gamma_s(x) \lesssim 1$$

конвективной неустойчивости вообще нет. Коэффициент усиления обращается в бесконечность при $D=0$, что представляет собой при $\text{Im } \omega = 0$ условие порога абсолютной ВРМБ неустойчивости, а при $\text{Im } \omega \neq 0$ дисперсионное уравнение. Отметим, что численное исследование порога такой неустойчивости для линейного профиля проводилось в ⁵. В нашем рассмотрении для порога абсолютной ВРМБ неустойчивости, учтя $\text{Im } \Psi = 0$, имеем следующее простое и наглядное выражение:

$$[\exp(\pi/2 k_0 L_1 I_{\text{пор}}) - 1][\exp(\pi/2 k_0 L_2 I_{\text{пор}}) - 1] = \exp(2 \int_{x_1}^{x_2} dx \Gamma_s(x)).$$

Эта формула при $\pi k_0 |L_{1,2}| I_{\text{пор}} \gg 1$ позволяет говорить о том, что абсолютная ВРМБ неустойчивость отвечает циклическому движению (ср. ⁶) захваченных в плазме волн, усиливаемых в окрестности резонансных точек и затухающих при своем движении от одной резонансной точки до другой (или в иных условиях от резонансной точки до точки отражения).

Выше порога инкремент неустойчивости

$$\gamma = \text{Im } \omega = -\gamma_s + v_s |x_2 - x_1|^{-1} \ln[\exp \pi(\kappa_1 + \kappa_2) - 1].$$

При этом возбуждается дискретный спектр нарастающих волн с частотой $\omega_n \approx 2k_0 v_s$ и расстоянием между значениями соседних частот $|\omega_{n+1} - \omega_n| \approx 2\pi\omega_n/k_0 |x_2 - x_1|$. При естественном предположении о том, что $x_2 - x_1$ оказывается порядка десяти микрон, именно такой дискретный спектр может отвечать наблюдаемому в экспериментах по воздействию Nd-лазера на корону спектра ВРМБ, который модулирован по длинам волн с периодом $\sim 1 \text{ \AA}$ (см. ⁷).

В соответствии с нашей теорией пороговое значение плотности потока энергии излучения определяется формулой $q_{\text{пор}} \approx cn_c \kappa_B T(\gamma_s/\omega_s)$, что дает значения близкие к наблюдаемым.

Таким образом теоретически продемонстрирована возможность абсолютной ВРМБ неустойчивости в пространственно неоднородной плазме, условия реализации которой, как показано выше, оказываются значительно более широкими чем условия реализации широко обсуждавшейся ранее конвективной ВРМБ неустойчивости.

Литература

1. Пилия А.Д. X Межд. конф. по явл. в иониз. газах, Оксфорд, Англия, 1971, доклад № 4.38.1; ЖЭТФ, 1973, 64, 1237.
2. Rosenbluth M.N. Phys. Rev. Lett., 1972, 29, 565.
3. Kroll N.M. J. Appl. Phys., 1965, 36, 34.
4. Покровский В.Л., Халатников И.М., ЖЭТФ, 1961, 40, 1713.
5. Fuchs V., Beaudry G. Phys. Fluids, 1978, 21, 280.
6. Пилия А.Д., Федоров В.И. ЖЭТФ, 1974, 44, 1092; ЖЭТФ, 1975, 68, 987.
7. Арцимович В.Л., Горбунов Л.М., Ю.С.Касьянов, В.В.Коробкин. ЖЭТФ, 1981, 80, 1859; Mayer F.J. et al. Phys. Rev. Lett., 1980, 44, 1498; Turner R.E., Goldman L.M. Phys. Fluids, 1981, 24, 184.