Письма в ЖЭТФ, том 36, вып. 6, стр. 184 – 187 *20 сентября 1982 г.*

МАКРОСКОПИЧЕСКОЕ КВАНТОВОЕ ТУННЕЛИРОВАНИЕ В ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ КОНТАКТАХ

А.А.Голуб, В.П.Иордатий

Изучено влияние диссипации на макроскопическое квантовое туннелирование в джозефсоновских контактах. Показано, что трение приводит к увеличению времени жизни метастабильного состояния контакта. Выяснено, что четкое разделение вероятности туннелирования на чисто квантовомеханическое в отсутствии трения и связанное с диссипацией возможно лишь при малом трении.

В отсутствие флуктуаций среднее постоянное напряжение на джозефсоновском контакте $\langle V \rangle = 0$, если протекающий через контакт ток I меньше критического тока $I_к$. Флуктуации вызывают переходы джозефсоновской разности фаз φ между соседними минимумами в потенциальной энергии контакта $U(\varphi)$ и приводят к появлению напряжения $\langle V \rangle \neq 0$ даже в случае $I < I_к$. Для высоких температур,превышающих характерную частоту осцилляций около метастабильного минимума ω_0 и при слабом трении γ вероятность преодолеть барьер пропорциональна $\exp(-\Delta U/T)$, (ΔU – высота барьера). При $T \to 0$ $(T \ll \omega_0)$ и малой высоте барьера разделяющего соседние минимумы $U(\varphi)$, т.е. в случае, когда ток I близок к $I_к$ $(\epsilon = 1 - I/I_к \ll \ll 1)$ возможно квантовомеханическое туннелирование через барьер. Явление такого туннелирования по-видимому обнаружено в недавних экспериментах [1-4] на малых джозефсоновских контактах с высокой плотностью тока. Теоретически этот эффект без учета трения был предсказан Иванченко и Зильберманом [5] (см. также более поздние работы [4, 6]). Теория учитывающая наличие диссипации при туннелировании развита в [7]. При этом там рассматривался предел $T = 0$ и расчет был выполнен для слабого трения. Кроме того, в недавно опубликованной работе [8] на основе модели туннелирования через параболический барьер сделан вывод об ошибочности результатов статьи [7]. Поэтому представляет интерес исследовать вопрос о макроскопическом квантовом туннелировании более детально. Мы рассмотрим здесь случай, когда трение не слишком мало $\gamma \gtrsim \omega_0$, и покажем, что тогда простое разделение туннелирования на чисто квантовомеханическое с $\gamma = 0$ и обязанное трению неверно.

Введем необходимые обозначения. Для джозефсоновских систем $\gamma = (RC)^{-1}$, $\omega_0 = \omega_j (2\epsilon)^{1/4}$; R, C – сопротивление и емкость перехода, соответственно, $\omega_j^2 = 2\pi I_к/(\Phi_0 C)$, $\Phi_0 = 2{,}07 \cdot 10^{-15}$ Вб – квант потока. Теория возмущений справедлива при $\gamma \ll \omega_0$. Сопротивление R является функцией температуры [9]:

$$R = R_N \operatorname{ch}\frac{\Delta}{2T}\left[1 + \frac{\Delta}{8T}\ln\left(\frac{T}{V}\right)^2\right]^{-1},$$

где R_N – сопротивление контакта в нормальном состоянии. V – малое напряжение на переходе, Δ – энергетическая щель сверхпроводящих берегов. R_N возрастает экспоненциально если $T \to 0$ $(\gamma \to 0)$. Для низкоомных контактов значение γ может быть все же не малым в области температур, где возможно квантовомеханическое туннелирование.

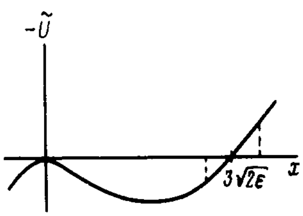

Рис. 1

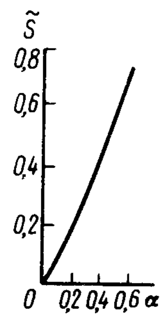

Рис. 2

Рис. 1. Зависимость потенциальной энергии (со знаком минус) от координаты x

Рис. 2. Зависимость $\tilde{S}$ от α (где $\tilde{S} = (S_{эфф}(\alpha) - S_{эфф}(\alpha = 0))$: $(18\, v_0/\omega_0)$)

Расчет вероятности туннелирования проводится методом развитым в работах [7, 10, 11]. Амплитуда перехода вакуум – вакуум, в эвклидовой формулировке представляется через феймановский интеграл по путям и будет вычислена в квазиклассическом приближении. Коэффициент трения γ свяжем с линейным взаимодействием джозефсоновского осциллятора со средой (термостатом). После усреднения по переменным термостата эффективное действие принимает вид

$$S_{эфф}(x(\tau)) = \int_{-\beta/2}^{\beta/2} d\tau \left[\frac{M}{2}\left(\frac{dx}{d\tau}\right)^2 + \frac{M\omega_j^2\sqrt{2\epsilon}}{2}x^2(\tau) - \frac{M\omega_j^2}{6}x^3(\tau)\right] + S_1(x(\tau)), \quad (1)$$

где

$$S_1(x(\tau)) = \frac{1}{2}\int\int_0^\beta \tilde{\alpha}(\tau - \tau')(x(\tau) - x(\tau'))^2 d\tau d\tau',$$

$$\tilde{\alpha}(\tau) = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty d\omega\, J(\omega)\, \frac{\operatorname{ch}\frac{\omega\beta}{2}(1 - 2T|\tau|)}{\operatorname{sh}(\omega\beta/2)}, \quad M = C(\Phi/2\pi)^2, \quad \beta = 1/T.$$

$J(\omega)$ – спектральная плотность: $J(\omega) = \gamma M \omega$, при $\omega < \omega_c$, где ω_c – предельная частота $(\omega_c \gg \omega_j)$. В пределе низких температур $T \to 0$: $\tilde{\alpha}(\tau) = M\gamma/(2\pi\tau^2)$, $(\tau\omega_c \gg 1)$; $\alpha(0) = \gamma M \omega_c^2/(4\pi)$.

В квазиклассическом приближении вероятность туннелирования пропорциональна $\exp(-{}^1/_\hbar S_{эфф}(x_c(\tau)))$. Траектория $x_c(\tau)$ удовлетворяет уравнению, следующему из стационарности действия (1) и граничным условиям $x_c(\tau) \to 0$ при $\tau = \pm\beta \to \infty$ и $\partial x(0)/\partial\tau = 0$ [10,11].

Точное решение $x_c(\tau)$ этого уравнения в общем случае найти не удается. Можно, однако воспользоваться вариационным методом выбрав в качестве пробной функцию вида

$$x_c(\tau) = \sqrt{2\epsilon}\, a\, \mathrm{ch}^{-2}(\omega_j \rho \tau/2) \qquad (2)$$

с думя параметрами a и ρ, которые находятся из условия стационарности действия. Величина a определяет правую точку поворота $x_c(0) = a\sqrt{2\epsilon}$ (см. рис. 1). Для конечных β левая точка поворота будет несколько правее, при $\beta \to \infty$ она будет стремиться к $x = 0$. В случае $S_1 = 0$, $a = 3$, $\rho = (2\epsilon)^{1/4}$. На рисунке изображена зависимость от $x(\tau)$ нормированной на величину $M\omega_0^2$ потенциальной энергии $\widetilde{U}(x)$ (сумма второго и третьего слагаемых в квадратных скобках правой части формулы (1) взятой со знаком минус.

Решая систему уравнений, которой удовлетворяют вариационные параметры a, ρ, получим:

$$a = 3(1 - \alpha^2/2) \pm \frac{3}{2}\alpha\sqrt{1 - \alpha^2}\,; \quad \rho = 5\sqrt{2\epsilon}\left(1 - \frac{4}{15}a\right). \qquad (3)$$

Здесь введены обозначения: $\alpha = 3\gamma \widetilde{A}_0/(4\omega_0)$, $\omega_0 = \omega_j(2\epsilon)^{1/4}$

$$\widetilde{A}_0 = \frac{1}{4\pi}\int\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dtdt'}{(t-t')^2}\left(\frac{1}{\mathrm{ch}^2 t} - \frac{1}{\mathrm{ch}^2 t'}\right)^2 f\left(\frac{\omega_j \rho}{2|t-t'|}\right) \qquad (4)$$

$$f(z) = \frac{1}{z\gamma M}\int_0^{\infty} dx J(x,z) e^{-x} \simeq 1.$$

т. е. $\widetilde{A}_0 = A_0$, где A_0 – константа введенная в работе [7] $A_0' = \frac{12}{\pi^3}\zeta(3)$. Для выбора правильного значения a из (3) необходимо рассмотреть изменение энергии при движении системы от правой точки поворота. Энергия $E(\tau)$ определяется по формуле $E = (M/2)(dx/d\tau)^2 - U(x)$. Полное изменение энергии ΔE за время движения от правой точки поворота до вершины левого максимума ($\tau \to \infty$) (см. рис. 1) легко вычислить, при этом $\Delta E < 0$ и энергия частицы ρ при достижении левого максимума потенциальной энергии уменьшается. Для компенсации этой потери необходимо выбрать более далекую точку поворота, что соответствует решению (3) со знаком плюс. Окончательное выражение для $S_{\text{эфф}}$ принимает вид: (см. рис. 2)

$$S_{\text{эфф}} = \frac{18 v_0}{\omega_0}\left(1 + \frac{\alpha}{2}\left(\sqrt{1+\alpha^2} - \alpha\right)\right)^2\left(\frac{2}{5}\sqrt{1 - 2\alpha\sqrt{1+\alpha^2} - \alpha}\right) + \alpha\Big), \qquad (5)$$

где введены: высота барьера $v_0 = \frac{2}{3}M\omega_j^2(2\epsilon)^{3/2}$ и частота связанная с затуханием $\omega_\gamma = \omega_0^2/\gamma = 2eI_{\text{к}}R(2\epsilon)^{1/2}/\hbar$, ($\alpha = {}^3/_4\, \omega_0 A_0/\omega_\gamma$). Таким образом если трение не мало отсутствует четкое разделение туннелирования на квантовомеханическое и связанное с трением и имеет место уменьшение вероятности туннелирования. Это не согласуется с утверждением высказанным в работе [8]. Доказательство авторов статьи [8] основано на исследовании туннелирования через параболический барьер. В этом случае вероятность туннелирования $p \sim e^{-v_0\tau_0}$, где $\tau_0 = 2\pi/\omega_j$. Здесь трение действительно приводит к увеличению ω_j ($\omega_j \to \widetilde{\omega}_j > \omega_j$) и поэтому к росту величины p. Однако для нелинейной задачи с членом x^3 в действии это не так. На самом деле в этом случае происходит перенормировка тока, который с самого начала задается для джозефсоновского элемента в среде. Поэтому перенормировочные эффекты соответствуют учету реального тока в джозефсоновском переходе.

Если $\gamma \gg \omega_0$ вместо (2) более подходящей является другая пробная функция. Из уравнения на стационарную траекторию следует:

$$\underset{\tau\to\infty}{\tilde{x}_c(\tau)} = \frac{2\widetilde{\alpha}(\tau)}{M\omega_0^2}\int_{-\beta/2}^{\beta/2} \tilde{x}_c(\tau')d\tau' \equiv \frac{1}{\tau^2}A\,, \qquad x_c(\tau) = \tilde{c}\,\tilde{x}_c(\tau).$$

Выбираем пробную функцию в виде $x_c(\tau) = \tilde{c}A/(\tau^2 + A)$ и определяя $\tilde{c}$ из условия стационарности действия. Для $S_{\text{эфф}}$ получим:

$$S_{\text{эфф}} = 4M\epsilon\, \pi\left(\omega_{\gamma} + \frac{\omega_0^2}{\omega_\gamma}\right) = \frac{3\pi v_0}{\omega_0}\left(\frac{\omega_\gamma}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{\omega_\gamma}\right). \tag{6}$$

Таким образом основной вклад в туннелирование связан с диссипацией. Заметим, что если в формуле (5) положить $\alpha \gg 1$,то она принимает вид $\simeq 27\alpha v_0/\omega_0 \simeq 3\pi v_0/\omega_\gamma$ и близка к значению следующее из формулы (6). Наличие трения приводит также к перенормировке характерной частоты осцилляций ω_0: $\omega_0 \to \widetilde{\omega}_0 = \omega_j \rho = \omega_0(1 - 2\alpha(\sqrt{1+\alpha^2} - \alpha))^{1/2}$. Т.е. $\widetilde{\omega}_0$ уменьшается. Это соответствует тому, что температура при которых существенно квантово-механическое туннелирование также уменьшается $(T < \widetilde{\omega})$.

В заключение авторы благодарят Ю.Н.Овчинникова и К.К.Лихарева за ценные критические замечания.

Литература

1. *De Bruyn Ouboter R., Bol D.* Physica 1981, **107 (B+C)**, 965.
2. *Jackel L.D., Gordon J.P., Hu F.L., Howard R.E., Fetter L.A., Tennant D.M., Epworth R.W., Kurkijärvi J.* Phys. Rev. Lett., 1981, **47**, 697.
3. *Voss R.F., Webb R.A.* Phys. Rev. Lett., 1981, **47**, 265.
4. *Koch R.H., Harlingen van D.J., Clarce J.* Phys. Rev. Lett., 1980, **45**, 2132.
5. *Иванченко Ю.М., Зильберман Л.А.* ЖЭТФ, 1968, **55**, 2395.
6. *Likharev K.K.* Physica, 1981, **107 (B + C)**, 1079.
7. *Caldeira A. O., Legget A.J.* Phys. Rev. Lett., 1981, **46**, 211.
8. *Widom A., Clark T.D.* Phys. Rev. Lett., 1982, **48**, 63.
9. *Ларкин А.И., Овчинников Ю.Н.* ЖЭТФ, 1967, **53**, 2159.
10. *Coleman S.* Phys. Rev., 1977, **D15**, 2929.
11. *Callan S.G. Jr, Coleman S.* Phys. Rev.,1977, **D16**, 1762.

Институт прикладной физики
Академии наук Молдавской ССР

Поступила в редакцию
6 июля 1982 г.