

## О СВЯЗИ ДЛИН РАССЕЯНИЯ И ЭФФЕКТИВНЫХ РАДИУСОВ В ЗАРЯЖЕННОМ И НЕЙТРАЛЬНОМ КАНАЛАХ

*В.С.Попов, А.Е.Кудрявцев, В.И.Лисин, В.Д.Мур*

Вычислены кулоновские поправки к сильной длине рассеяния  $a_l^{(s)}$  и эффективному радиусу  $r_l^{(s)}$  для состояний с произвольным угловым моментом  $l$ . Это позволяет связать положения и ширины оклопороговых резонансов в заряженном и нейтральном каналах для легчайших ядер ( ${}^5\text{He}$  и  ${}^5\text{Li}$ , и т. д.). Кулоновская поправка к  $a_l^{(s)}$  особенно велика для  $s$ -волны, а поправка к  $r_l^{(s)}$  – в случае  $p$ -волны, когда они содержат большой логарифм  $\ln(a_B/r_0)$ , где  $a_B$  – радиус Бора,  $r_0$  – радиус ядерных сил.

1. В работах <sup>1-3</sup> для анализа спектров адро-атомных  $p\bar{p}$ - и  $\Sigma^- p$ -атомов применялось уравнение

$$\left\{ \lambda + 2\xi \left[ \psi(1 - \xi/\lambda) + \ln \frac{\lambda}{|\xi|} \right] \right\} \prod_{j=1}^l \left( \frac{\xi^2}{j^2} - \lambda^2 \right) = \frac{1}{a_l^{(cs)}} + \frac{1}{2} r_l^{(cs)} \lambda^2, \quad (1)$$

связывающие сдвиги атомных уровней с параметрами низкоэнергетического рассеяния. Здесь  $\hbar = m = e = 1$ ,  $m$  – приведенная масса,  $\xi = -Z_1 Z_2$ ,  $\lambda = (-2E)^{1/2}$ ,  $E$  – энергия в единицах  $E_C = me^4/\hbar^2$ ,  $a_l^{(cs)}$  и  $r_l^{(cs)}$  – ядерно-кулоновские длина рассеяния и эффективный радиус.

Часто больший интерес представляет извлечение из эксперимента не  $a_l^{(cs)}$  и  $r_l^{(cs)}$  а параметров  $a_l^{(s)}$  и  $r_l^{(s)}$ , относящихся непосредственно к сильному потенциальному  $V_s$  при „выключенном“ кулоне. Отличие между  $a_l^{(s)}$  и  $a_l^{(cs)}$  особенно велико в тех случаях, когда в потенциале  $V_s$  имеется близкий к нулю уровень. Такая ситуация осуществляется в  $p\bar{p}$ - и  $pp$ -системах, а также, возможно, в  $p\bar{p}$ -атоме <sup>1</sup>. Связь параметров  $a_l^{(cs)}$  и  $a_l^{(s)}$  в случае  $l = 0$ , была впервые найдена Швингером <sup>4</sup>, а для  $l \geq 1$  в работе <sup>5</sup>:

$$\frac{1}{a_l^{(cs)}} - \frac{1}{a_l^{(s)}} = 2\xi \left[ \frac{(2l)!}{2^l l!} \right]^2 J_l, \quad (2)$$

где  $J_l = \int_0^\infty \chi_l^2(r) \frac{dr}{r}$  при  $l \neq 0$ ,

$$J_0 = \int_0^R \chi_0^2(r) \frac{dr}{r} + \int_R^\infty \frac{\chi_0^2(r) - 1}{r} dr - 2C - \ln(2|\xi|R),$$

$C = 0,5772\dots$ , а  $\chi_l$  – волновая функция в момент возникновения уровня <sup>1)</sup>.

Отметим, что связь между длинами  $nd$ - и  $pd$ -рассеяния в рамках задачи трех тел рассматривается в недавней работе <sup>6</sup>.

2. Мы получили также выражения для кулоновской поправки к эффективным радиусам  $r_l^{(s)}$  при произвольных  $l$ . Если  $l \neq 1$ , то

$$r_l^{(cs)} / r_l^{(s)} = 1 + h_l |\xi| r_l^{(s)} |^{-\frac{1}{2l-1}} + \dots, \quad (3)$$

где  $h_l$  – безразмерный коэффициент, зависящий от формы потенциала  $V_s$ . Для  $s$ -состояний численный расчет дает:  $h_0 = 1,19; 0,14$  и  $-0,18$ , соответственно для прямоугольной ямы и потенциалов Хюльтена и Юкавы. В Большинстве случаев  $h_0 > 0$ , в силу чего эффективный радиус  $r_{cs}$  уменьшается по сравнению с  $r_s$  (в случае  $\xi < 0$ , т. е. для кулоновского отталкивания). Это можно проиллюстрировать на примере  $pp$ -рассеяния. Согласно <sup>7</sup>,  $r_{pp} = 2,80 \pm 0,02 \text{ Ф}, r_{nn} = 2,86 \pm 0,03 \text{ Ф}$ . Отсюда  $h_0 \approx 0,4$ , что близко к значению  $h_0 = 0,51$  для экспоненциального потенциала. Положительность  $h_0$  объясняет также тот факт, что  $r_{cs} < r_s$  в случае  $\alpha\alpha$ -рассеяния, что было отмечено в анализе Кока <sup>8</sup>.

Случай  $l = 1$  является особым. Кулоновская поправка к эффективному радиусу здесь особенно велика, так как в отличие от (3) содержит большой логарифм:

$$r_1^{(cs)} / r_1^{(s)} = 1 + \frac{4\xi}{r_1^{(s)}} \left( \ln \left| \frac{\xi}{r_1^{(s)}} \right| + \beta_1 \right), \quad (4)$$

где  $\beta_1$  – вычисляемая константа, слабо зависящая от модели  $V_s$  (например,  $\beta_1 = 0,70$  для прямоугольной ямы,  $\beta_1 = 0,74$  для сепарабельного потенциала Ямагучи, и т. д.).

1) При этом  $\chi_l(r) \sim r^{l+1}$  при  $r \rightarrow 0$  и выбрана нормировка:  $\lim_{r \rightarrow \infty} r^l \chi_l(r) = 1$ . Легко видеть, что значение  $J_0$  не зависит от выбора произвольного параметра  $R > 0$ .

В общем случае (произвольное  $l$ )  $\ln(a_B/r_0)$  возникает только кулоновской поправке для коэффициента  $\rho_l$  при  $k^{2l}$  в разложении „эффективного радиуса”:

$$k^{2l+1} \operatorname{ctg} \delta_l = -\frac{1}{a_l} + \frac{1}{2} r_l k^2 + \dots + \rho_l k^{2l} + \dots .$$

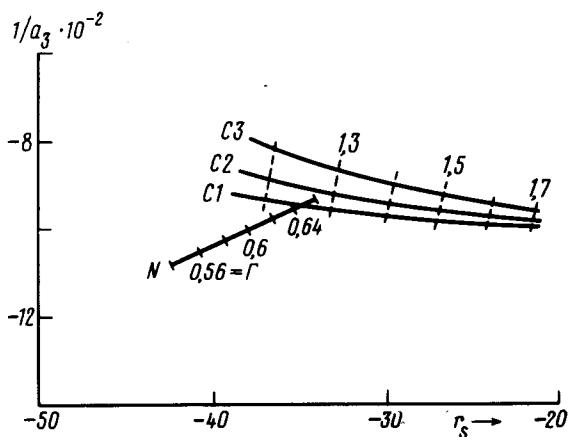
В остальных членах этого разложения кулоновская перенормировка  $\sim r_0/a_B \ll 1$ , аналогично формуле (3). При этом, с логарифмической точностью, кулоновская поправка к коэффициенту  $\rho_l^{(s)}$  имеет универсальный вид

$$\rho_l^{(cs)} - \rho_l^{(s)} = 2\zeta \{ \ln(|\zeta| r_0) + \text{const} \}. \quad (5)$$

Здесь  $r_0$  — радиус действия ядерных сил, а от конкретной модели  $V_s(r)$  зависит лишь константа.

3. Полученные выше формулы могут быть использованы при анализе связанных и резонансных уровней легких ядер.

Уровень	$J^\pi, T$	$l$	$E_0, \text{кэВ}$	$\Gamma, \text{КэВ}$	$\zeta$	$1/A_l$	$R_l$	$r_0/a_B$
${}^5\text{He} \rightarrow n + \alpha$	$\frac{3}{2}^-, \frac{1}{2}$	1	890	$600 \pm 20$	0	-994	-37,9	0,16
${}^5\text{Li} \rightarrow p + \alpha$	$\frac{3}{2}^-, \frac{1}{2}$	1	1970	$\sim 1500$	-2	-1370	-11,8	-
${}^8\text{Li} \rightarrow {}^7\text{Li} + n$	$3^+, 1$	1	228	$31 \pm 5$	0	-500	-95	0,13
${}^8\text{B} \rightarrow {}^7\text{Be} + p$	$3^+, 1$	1	2180	$350 \pm 40$	-4	-2940	-49	-
${}^7\text{Li} \rightarrow {}^3\text{H} + \alpha$	$\frac{7}{2}^-, \frac{1}{2}$	3	1166	$93 \pm 8$	-2	$-6, 24 \cdot 10^5$	$-4,17 \cdot 10^4$	0,75
${}^7\text{Be} \rightarrow {}^3\text{He} + \alpha$	$\frac{7}{2}^-, \frac{1}{2}$	3	2980	$175 \pm 5$	-4	$-1, 63 \cdot 10^7$	$-4,26 \cdot 10^5$	1,5



Связь между значениями  $1/a_3^{(s)}$  и  $r_1^{(s)}$  извлекаемыми из энергий и ширин резонансных уровней ядер  ${}^5\text{He}$  и  ${}^5\text{Li}$ . Указаны значения  $\Gamma$  (в МэВ) для обоих уровней. Единицей длины является  $L = 36\text{Ф}$

Как известно, ядра  ${}^5\text{He}$  и  ${}^5\text{Li}$  не образуют связанных состояний, а проявляются как резонансы с  $l = 1$  в упругом рассеянии нейтрона и протона на  $\alpha$ -частице. Их параметры  ${}^9$  приведены

ны в таблице. В ядерных масштабах эти резонансы расположены недалеко от порога, поэтому к ним применимо уравнение (1). Для нейтрального канала  $n + \alpha$ , полагая в (1)  $\zeta = 0$ , и  $l = 1$  получаем известное уравнение:  $1/a_1^{(s)} + 1/2 r_1^{(s)} \lambda^2 + \lambda^3 = 0$ . Отсюда легко определяются  $a_1^{(s)}$  и  $r_1^{(s)}$ , если исходить из экспериментальных данных по ядру  ${}^5\text{He}$ .

Результаты расчета удобно изобразить на плоскости  $(1/a_1^{(s)}, r_1^{(s)})$  — см. рисунок. Прямая  $N$  дает связь между величинами  $1/a_1^{(s)}$  и  $r_1^{(s)}$ , полученную по уравнению (5) из канала  $n + \alpha$ ; точки соответствуют различным значениям ширины Г. Кривые  $C_1 - C_3$  получены из данных по заряженному каналу  $p + \alpha$ : сначала по уравнению (1) рассчитывались параметры  $a_1^{(cs)}$  и  $r_1^{(cs)}$  (см. таблицу), в которые затем вносились кулоновские поправки согласно уравнениям (2) и (4). При этом кривая  $C_1$  отвечает прямоугольной яме, а кривые  $C_2$  и  $C_3$  — потенциалам Гаусса и Ямагучи. Из рисунка видно, что плохая точность в определении ширины резонанса  $\Gamma$  ( ${}^5\text{Li} \rightarrow p + \alpha$ ) не позволяет вычислить параметры  $a_1^{(s)}$  и  $r_1^{(s)}$  однозначным образом. Тем не менее, результаты обоих расчетов находятся в разумном согласии при  $\Gamma \approx 1,3\text{МэВ}$ . Для значений параметров ядра  ${}^5\text{He}$ , приведенных в таблице, в модели прямоугольной ямы получаем:  $E_0 = 2,04\text{ МэВ}$  и  $\Gamma = 1,24\text{ МэВ}$ , что согласуется с экспериментальными данными по ядру  ${}^5\text{Li}$  (зависимость значений  $E_0$  и  $\Gamma$ , полученных при пересчете из нейтрального канала в заряженный от модели  $V_s$  незначительна). Отметим, что в данном случае (в отличие от  $s$ -волн) кулоновское взаимодействие существенно перенормирует оба низкоэнергетических параметра:  $a_1^{(s)}$  и  $r_1^{(s)}$ . Так, если положить  $r_1^{(cs)} = r_1^{(s)}$  и учесть только кулоновскую поправку (2) к длине рассеяния, то для энергии уровня в  ${}^5\text{Li}$  вместо приведенных выше значений получаем:  $E_0 = 1,47\text{ МэВ}$ ,  $\Gamma = 0,46\text{ МэВ}$ , что противоречит эксперименту.

Аналогичные расчеты были проведены для некоторых других уровней в изотопических мультиплетах:  ${}^8\text{Li}$  и  ${}^8\text{B}$  ( $l = 1$ ),  ${}^7\text{Li}$  и  ${}^7\text{Be}$  ( $l = 3$ ) и др. Для этих состояний  $r_0/a_B < 1$ ; это обеспечивает применимость уравнения (1), с помощью которого вычислялись величины  $a_l$  и  $r_l$ . По соображениям размерности  $a_l = A_l L^{2l+1}$ ,  $r_l = R_l L^{1-2l}$ , где  $L = \hbar^2/me^2$  — кулоновская единица длины (боровский радиус  $a_B = L |\zeta|^{-1}$ ), а  $A_l$  и  $R_l$  — безразмерные коэффициенты. В таблице приведены значения  $1/A_l$  и  $R_l$ .

Отметим, что при вычислении кулоновских поправок нужно, вообще говоря, учитывать в формулах (2) — (4) зарядовый формфактор ядра. Этот вопрос мы рассмотрим в более подробной публикации.

Авторы благодарны Д.А.Киржнику и И.С.Шапиро за полезные обсуждения.

### Литература

1. Попов В.С., Кудрявцев А.Е., Мур В.Д. ЖЭТФ, 1979, 77, 1727.
2. Попов В.С., Кудрявцев А.Е., Лисин В.И., Мур В.Д. ЖЭТФ, 1981, 80, 1271.
3. Кудрявцев А.Е., Лисин В.И., Попов В.С. Письма в ЖЭТФ, 1981, 34, 292.
4. Schwinger J. Phys. Rev., 1950, 78, 135.
5. Кудрявцев А.Е., Мур В.Д., Попов В.С. Препринт ИТЭФ-180, М.: 1980.
6. Киржник Д.А., Пеньков Ф.М. ЖЭТФ, 1982, 82, 657.
7. Nagels M. et al. Nucl. Phys., 1979, B147. 189.
8. Kok L.P. Phys. Rev. Lett., 1980, 45, 427.
9. Ajzenberg-Selove F., Lauritsen T. Nucl. Phys., 1974, A227. 7, 17.

Институт теоретической  
и экспериментальной физики

Московский  
инженерно-физический институт  
210

Поступила в редакцию  
22 июля 1982 г.