Письма в ЖЭТФ, том 78, вып. 4, с. 243 – 248 © 2003 г. 25 августа

О сверхпроводимости вигнеровской жидкости

Э. Г. Батыев[1)]

Институт физики полупроводников Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 1 июля 2003 г.

Обсуждается вопрос о влиянии беспорядка на взаимодействие квазичастиц друг с другом. Основное предположение – это наличие мягкой моды. Взаимодействие через мягкую моду приводит к притяжению между фермиевскими квазичастицами (это помимо того отталкивания, которое осталось от исходного кулоновского взаимодействия частиц). Это притяжение (вблизи ферми-поверхности) усиливается при увеличении концентрации рассеивающих центров. Поэтому, даже если в чистой системе сверхпроводимости нет, сверхпроводимость могла бы появиться в примесной системе.

PACS: 71.27.+a, 74.10.+v

Система двумерных электронов (дырок) малой плотности обнаруживает ряд необычных свойств (см. обзор [1]). Одно из главных – это переход металл – диэлектрик при уменьшении концентрации носителей ниже некоторого значения n_c. В металлической фазе (при более высоких концентрациях $n > n_c$) сопротивление уменьшается при уменьшении температуры, тогда как было принято считать, что в двумерном случае в неупорядоченной среде все частицы локализованы, металлического состояния не бывает, и ожидалось, что сопротивление должно возрастать при понижении температуры, как это и происходит при $n < n_c$. Упомянутый переход наблюдается при достаточно низких концентрациях носителей, когда кулоновское взаимодействие частиц становится большим по сравнению с кинетической энергией. Такая система является сильно коррелированной с ближним порядком, как в вигнеровском кристалле (поэтому иногда называется вигнеровской жидкостью).

Хотя вопрос о переходе здесь не будет обсуждаться, все же имеет смысл высказать некоторые соображения о механизме этого перехода для пояснения постановки той задачи, которая будет рассматриваться. Можно ожидать, что причина в кулоновских центрах, которые как бы пиннингуют жидкость просто за счет того, что жидкость подстраивается под них, образуя ближний порядок в некоторой окрестности из-за кулоновского взаимодействия. Далее влияние таких центров не будет учитываться, то есть будет предполагаться, что их концентрация достаточно мала. И вообще будет рассматриваться упрощенная (можно сказать, идеализированная) ситуация, когда рассеивающие центры считаются короткодействующими и достаточно слабыми – для того, чтобы не учитывать явлений типа вышеупомянутого пиннинга. Тогда рассеяние квазичастицы на центре есть, но нет существенной перестройки жидкости в окрестности такого центра, как это, видимо, происходит вблизи заряженного центра.

В настоящей работе обсуждается возможность образования сверхпроводящего состояния вигнеровской жидкости. Специфика системы двумерных электронов малой плотности – это сильные корреляции, что может привести к появлению так называемой мягкой моды, то есть бозе-возбуждений с низкой энергией на конечных импульсах (типа ротонов в сверхтекучем гелии). Предполагается, что бозе-возбуждения возникают помимо обычных возбуждений фермиевского типа. Такое предположение было сделано в работах [2] для объяснения температурного хода сопротивления в металлической фазе. Физическая картина здесь проста – мягкая мода может появиться как предвестник вигнеровской кристаллизации, с ростом температуры число бозе-возбуждений увеличивается, соответственно возрастает их вклад в диссипацию импульса системы и в сопротивление.

Мягкая мода возникает благодаря взаимодействию электронов друг с другом путем обмена бозонами, что, как известно из теории сверхпроводимости [3 – 5], приводит к притяжению между частицами и, если это притяжение больше кулоновского отталкивания, могут образовываться куперовские пары и сверхпроводящее состояние. Для образования куперовских пар наиболее существенно притяжение вблизи ферми-поверхности. В нашей задаче такое возможно только при обмене двумя бозонами (из-за того, что бозонный импульс больше двух фермиевских импульсов). В примесной системе импульс может передаваться примеси, поэтому возможен также обмен одним бозоном; этот дополнительный канал вза-

[1)]e-mail: batyev@isp.nsc.ru

имодействия усиливает притяжение при увеличении беспорядка. В результате, даже если в чистой системе сверхпроводимости нет, она может появиться в примесной системе.

Ранее приводились соображения в пользу возможности сверхпроводящего состояния в рассматриваемых системах [6]. В настоящей работе обсуждается механизм, который специфичен для вигнеровской жидкости (и который, видимо, может привести к сверхпроводимости в системе с беспорядком).

Модель. В модель закладываются спектры фермионов и бозонов, их взаимодействие друг с другом и с примесями. Гамильтониан системы:

$$\begin{gathered} H = H_a + H_{ab} + H_b, \\ H_a = \sum_{\mathbf{p}} \xi_{\mathbf{p}} a^+_{\mathbf{p}} a_{\mathbf{p}} + \frac{1}{2V} \sum_{\mathbf{p},\mathbf{p}',\mathbf{k}} W_a(\mathbf{k}) a^+_{\mathbf{p}} a^+_{\mathbf{p}'} a_{\mathbf{p}'+\mathbf{k}} a_{\mathbf{p}-\mathbf{k}}, \\ H_{ab} = \frac{\lambda}{V} \sum_{\mathbf{p},\mathbf{q},\mathbf{k}} a^+_{\mathbf{p}} B_{-\mathbf{q}} B_{\mathbf{q}+\mathbf{k}} a_{\mathbf{p}-\mathbf{k}}, \\ H_b = \sum_{\mathbf{q}} \Omega_{\mathbf{q}} b^+_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}} + \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{q}} U(-\mathbf{q}) B_{\mathbf{q}}. \end{gathered} \tag{1}$$

Здесь $\Omega_{\mathbf{q}}$ – энергия бозона, оператор $B_{\mathbf{q}}$ совпадает (с точностью до множителя) с координатой соответствующего осциллятора и выражается через бозонные операторы рождения и уничтожения:

$$\Omega^2_{\mathbf{q}} = \Omega^2_0 + v^2_0 (q - q_0)^2, \qquad B_{\mathbf{q}} = \frac{b_{\mathbf{q}} + b^+_{-\mathbf{q}}}{\sqrt{2\Omega_{\mathbf{q}}}}.$$

Здесь учтено, что для бесспиновых бозонов имеется линейная по координате осциллятора добавка к энергии системы, связанная с внешним полем (полем примесей). Остальные обозначения относятся к фермионам (спиновые и долинные индексы опущены), $\xi_{\mathbf{p}}$ – энергия фермиона, отсчитанная от поверхности Ферми; величина $W_a(\mathbf{k})$ – это фурье-компонента взаимодействия фермионов друг с другом (взаимодействие фермионов с примесями не понадобится).

Подчеркнем, что для сверхпроводящего состояния существенно взаимодействие (притяжение) фермионов вблизи поверхности Ферми [3 – 5]. В модельном гамильтониане (1) часть, описывающая взаимодействие фермионов с бозонами, которая приводит к притяжению фермионов вблизи ферми-поверхности, записана в виде оператора H_{ab}. Казалось бы, вместо этого оператора естественно использовать другой оператор:

$$H'_{ab} = \frac{\lambda'}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{p},\mathbf{q}} a^+_{\mathbf{p}} a_{\mathbf{p}-\mathbf{q}} B_{\mathbf{q}}.$$

Но если $q_0 > 2p_F$ (p_F – фермиевский импульс), что далее и предполагается (справедливость этого предположения подтверждают оценки [2]), то такой оператор непосредственного вклада в рассеяние фермиона вблизи ферми-поверхности не дает; вклад может возникнуть в высших порядках теории возмущений. Поскольку теория возмущений в нашей задаче не применима, то целесообразно сразу записать взаимодействие с бозонами, как это сделано в (1), используя феноменологический параметр взаимодействия λ.

Начнем с взаимодействия бозонов с примесями. Оператор H_b диагонализуется преобразованием

$$b_{\mathbf{q}} \to b_{\mathbf{q}} + C_{\mathbf{q}}\,, \qquad C_{\mathbf{q}} = \frac{-1}{\sqrt{2V}} \frac{U(\mathbf{q})}{\Omega^{3/2}_{\mathbf{q}}}\,. \tag{2}$$

Это преобразование соответствует смещению точки подвеса осциллятора, при этом бозонный спектр остается неизменным.

Таким образом, в поле примесей взаимодействие фермионов с бозонами изменяется, так что вместо части H_{ab} получим

$$\begin{aligned} H_{ab} \to \frac{\lambda}{V} &\sum_{\mathbf{p},\mathbf{q},\mathbf{k}} a^+_{\mathbf{p}} B_{-\mathbf{q}} B_{\mathbf{q}+\mathbf{k}} a_{\mathbf{p}-\mathbf{k}} + \\ &+ \frac{2\lambda}{V} \sum_{\mathbf{p},\mathbf{q},\mathbf{k}} a^+_{\mathbf{p}} \overline{B}_{-\mathbf{q}} B_{\mathbf{q}+\mathbf{k}} a_{\mathbf{p}-\mathbf{k}} + \\ &+ \frac{\lambda}{V} \sum_{\mathbf{p},\mathbf{q},\mathbf{k}} a^+_{\mathbf{p}} \overline{B}_{-\mathbf{q}} \overline{B}_{\mathbf{q}+\mathbf{k}} a_{\mathbf{p}-\mathbf{k}}, \end{aligned} \tag{3}$$

где по определению

$$\overline{B}_{\mathbf{q}} = \frac{C_{\mathbf{q}} + C^*_{-\mathbf{q}}}{\sqrt{2\Omega_{\mathbf{q}}}} \to \frac{2C_{\mathbf{q}}}{\sqrt{2\Omega_{\mathbf{q}}}}\,. \tag{4}$$

В выражении (3) последнее слагаемое есть добавка к взаимодействию фермионов с примесями. Интересно выяснить характер получающегося отсюда взаимодействия с примесью. Фурье-компоненты, входящие в (2), зависят от координат примесей:

$$U(\mathbf{q}) = \sum_l u(\mathbf{q}) \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{R}_l), \tag{5}$$

где $u(\mathbf{q})$ – это фурье-компонента взаимодействия с одиночной примесью (для короткодействующего потенциала вещественна и постоянна, что далее и предполагается), суммирование производится по координатам примесей. Для одиночной примеси, расположенной в точке $\mathbf{R}$, имеем:

$$\overline{B}_{\mathbf{q}} \to -\frac{u(\mathbf{q})}{\sqrt{V}\Omega^2_{\mathbf{q}}} \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{R}),$$

так что последнее слагаемое в (3) для одиночной примеси (H_S) выглядит так:

$$H_S = \frac{1}{V}\sum_{\mathbf{k},\mathbf{p}} W_S(\mathbf{k}) a^+_{\mathbf{p}} a_{\mathbf{p}-\mathbf{k}},$$

где фурье-компонента взаимодействия с примесью через мягкую моду $W_S(\mathbf{k})$ имеет вид

$$W_S(\mathbf{k}) = \frac{\lambda u^2}{V}\sum_{\mathbf{q}} \frac{\exp(-i\mathbf{k}\mathbf{R})}{\Omega^2_{\mathbf{q}}\Omega^2_{\mathbf{q}+\mathbf{k}}}\ . \tag{6}$$

Вычисление суммы в (6) дает

$$\frac{1}{V}\sum_{\mathbf{q}} \frac{1}{\Omega^2_{\mathbf{q}+\mathbf{k}}\Omega^2_{\mathbf{q}}} \to \frac{q_0}{2\Omega_0^2 v_0^2}\ J(k), \tag{7}$$

$$J(k) = \frac{1}{k\sqrt{1 - k^2/(2q_0)^2}}. \tag{8}$$

Здесь введено специальное обозначение $J(k)$ для функции, которая будет встречаться и дальше (о значении $J(k)$ при $k \to 0$ см. ниже). При вычислении использован переход от интегрирования по углу к интегрированию по величине $q' = |\mathbf{q}+\mathbf{k}|$, а именно

$$d\varphi \to 2J(k)\ dq'$$

(две области, φ – это угол между векторами $\mathbf{q}$ и $\mathbf{k}$), а затем переход к интегрированию по энергии:

$$dq \to \frac{2\Omega d\Omega}{v_0\sqrt{\Omega^2 - \Omega_0^2}}$$

(тоже две области). Аналогичный переход сделан и для q'. Ввиду особенности в (8) при малых значениях k надо выяснить область применимости, для чего необходимо произвести вычисление суммы (7) при $k = 0$, что дает

$$\frac{1}{V}\sum_{\mathbf{q}} \frac{1}{\Omega^4_{\mathbf{q}}} = \frac{q_0}{4v_0\Omega_0^3}. \tag{9}$$

Отсюда видно, что выражение (8) справедливо вплоть до $k \sim \Omega_0/v_0$, то есть $J(0) \sim v_0/\Omega_0$.

Отметим, что из-за мягкой моды взаимодействие ферми-квазичастиц с короткодействующей примесью выглядит на больших расстояниях (на малых переданных импульсах) как взаимодействие с отталкивающим заряженным центром (с радиусом экранировки порядка v_0/Ω_0), то есть становится дальнодействующим.

Далее воспользуемся диаграммной техникой при нулевой температуре (см., например, [4]). Определим бозонный пропагатор следующим образом:

$$D(t-t', \mathbf{q}) = -i < TB_{-\mathbf{q}}(t)B_{\mathbf{q}}(t') >,$$

где символ T означает упорядочение по времени. Для фурье-компоненты имеем:

$$D(\omega, \mathbf{q}) = \frac{1}{\omega^2 - (\Omega_{\mathbf{q}} - i\delta)^2}, \tag{10}$$

где, как обычно, указан обход полюсов для причинной функции Грина.

Теперь напишем взаимодействие фермионов через бозоны, следующее из (3). Во втором порядке теории возмущений первое слагаемое дает

$$W' \to 2i\frac{\lambda^2}{V}\sum_{\mathbf{q}+\mathbf{q}'=\mathbf{k}} \int \frac{d\omega}{2\pi} D(\omega, \mathbf{q}) D(\epsilon - \omega, \mathbf{q}')$$

(это наряду с непосредственным взаимодействием $W_a(\mathbf{k})$, см. (1)). После вычисления интеграла по частоте

$$W' \to \frac{\lambda^2}{V}\sum_{\mathbf{q}+\mathbf{q}'=\mathbf{k}} \frac{\Omega + \Omega'}{\Omega\Omega'}\frac{1}{\epsilon^2 - (\Omega+\Omega')^2}. \tag{11}$$

Здесь $\epsilon, \mathbf{k}$ – переданные частота и импульс, соответственно (обходы полюсов, как в (10)), величины Ω, Ω' соответствуют импульсам $\mathbf{q}, \mathbf{q}'$.

Для рассеяния квазичастиц вблизи ферми-поверхности можно положить $\epsilon = 0$ в (11), так что результирующее взаимодействие фермионов выглядит так:

$$W_a(\mathbf{k}) \to \widetilde{W}(\mathbf{k}) = W_a(\mathbf{k}) + W_1(\mathbf{k}),$$

$$W_1(\mathbf{k}) = \frac{-\lambda^2}{V}\sum_{\mathbf{q}+\mathbf{q}'=\mathbf{k}} \frac{1}{\Omega\Omega'(\Omega+\Omega')}. \tag{12}$$

После вычисления суммы в (12) получим:

$$W_1(\mathbf{k}) = \frac{-\lambda^2 q_0}{2v_0^2\Omega_0}\ J(k). \tag{13}$$

Оценки. При оценке постоянных, определяющих взаимодействие, рассуждаем следующим образом. Исходное взаимодействие (кулоновское) сказалось в том, что в системе возник ближний порядок в расположении электронов (что по предположению проявляется в наличии мягкой моды). Естественно считать, что в системе имеются квазичастицы фермиевского типа (фермионы), как в ферми-жидкости (хотя иногда высказываются сомнения в этом). Взаимодействие фермионов друг с другом ничего общего не имеет с исходным кулоновским, так как масштабы энергий другие: например, фермиевская энергия $\epsilon_F \sim p_F^2/m^*$ значительно меньше исходной кулоновской энергии, но это взаимодействие не слабое в этих новых масштабах. Поэтому можно думать, что взаимодействие фермионов имеет характерную величину ϵ_F и характерный размер - расстояние между частицами, то есть фурье-компоненту этого взаимодействия W_a (см. (1)) можно оценить следующим образом:

$$W_a \sim 1/m^*.$$

Это как бы непосредственное взаимодействие фермионов (отталкивание). Если есть мягкая мода и соответствующие ей бозоны, то появляется еще и взаимодействие фермионов через бозонное поле, которое соответствует притяжению вблизи ферми-поверхности и представлено вкладом W_1 в выражении (13). Об этой части взаимодействия можно сказать примерно то же самое, то есть на характерном импульсе порядка p_F должно быть $|W_1| \sim W_a$ (это разные части взаимодействия фермионов друг с другом, и нет оснований считать, что они сильно отличаются). Это для λ приводит к следующей оценке:

$$\lambda \sim \sqrt{\epsilon_F \Omega_0}/m^*. \tag{14}$$

В сумме (в среднем, то есть для нулевой гармоники), видимо, должно быть отталкивание.

Добавочное взаимодействие. Интересно второе слагаемое в (3), которое приводит к дополнительному взаимодействию фермионов вблизи фермиповерхности за счет обмена одним бозоном, при этом часть импульса передается примеси (такого вклада нет в чистой системе).

Рассмотрим процесс, в котором два фермиона с импульсами $\mathbf{p}, \mathbf{p}'$ изменяют свои импульсы следующим образом:

$$\mathbf{p} \to \mathbf{p} - \mathbf{k}\ , \quad \mathbf{p}' \to \mathbf{p}' + \mathbf{k}'.$$

Для такого процесса вклад второго слагаемого в (3) имеет вид

$$W'' \to \frac{(2\lambda)^2}{V} \sum_{\mathbf{q}} \overline{B}_{-\mathbf{q}-\mathbf{k}} \times \times \overline{B}_{\mathbf{q}+\mathbf{k}'} D(\epsilon, \mathbf{q}). \tag{15}$$

Импульс $\mathbf{k} - \mathbf{k}'$ передан примеси.

Для сравнения (11) и (15) произведем в последнем выражении усреднение по расположению примесей, что имеет смысл для достаточно большой концентрации примесных центров. Это делается обычным образом [4]. После усреднения произведения $U(\mathbf{q})U(-\mathbf{q}')$ (см. определение (5)) получим:

$$< U(\mathbf{q})U(-\mathbf{q}') >= N_i u^2 \delta_{\mathbf{q},\mathbf{q}'}, \tag{16}$$

где N_i – число примесей. Для (15) имеем:

$$< W'' >\to \frac{(2\lambda)^2}{V} \sum_{\mathbf{q}} \frac{u^2 n_i}{\Omega^4_{\mathbf{q}+\mathbf{k}}} D(\epsilon, \mathbf{q})\ \delta_{\mathbf{k},\mathbf{k}'}, \tag{17}$$

где $n_i = N_i/V$. Здесь символ $< ... >$ означает усреднение по расположению примесей. Как и раньше для величины $W_1(\mathbf{k})$ (см. (12), (13)), нас будет интересовать выражение (17) при $\epsilon \to 0$, и соответствующая добавка к взаимодействию $W_2(\mathbf{k})$ выглядит следующим образом:

$$W_2(\mathbf{k}) = -\frac{(2\lambda)^2}{V} \sum_{\mathbf{q}} \frac{u^2 n_i}{\Omega^4_{\mathbf{q}+\mathbf{k}} \Omega^2_{\mathbf{q}}}. \tag{18}$$

После вычисления суммы вместо (18) получим:

$$W_2(\mathbf{k}) = -\frac{(\lambda u)^2 n_i q_0}{\Omega_0^4 v_0^2}\ J(k)\ . \tag{19}$$

Теперь можно сравнить разные вклады:

$$W_2/W_1 \sim u^2 n_i/\Omega_0^3\ . \tag{20}$$

О величине u мало что можно сказать хотя бы потому, что эта величина зависит от типа примесей, но оказывается, что $u^2 n_i$ можно связать с некоторыми наблюдаемыми величинами (см. ниже). Пусть имеются короткодействующие нейтральные центры. Фермион чувствует такой центр на расстояниях порядка v_0/Ω_0 из-за взаимодействия через мягкую моду (это было показано для одиночной примеси, см. (7)–(9)). При достаточно больших концентрациях таких центров, то есть при

$$n_i > \Omega_0^2/v_0^2,$$

области действия различных центров перекрываются и процедура усреднения представляется естественной. В этом пределе можно связать величину $u^2 n_i$ с транспортным временем τ_{tr}, определяющим проводимость σ по обычной формуле

$$\sigma = n e^2 \tau_{tr}/m$$

(m – зонная масса в отличие от эффективной массы m^*, перенормированной за счет взаимодействия). Если считать, что релаксация определяется взаимодействием с примесями согласно последнему слагаемому в (3), то имеются два вклада в $1/\tau_{tr}$ – линейный и квадратичный по n_i, причем второй больше в указанном выше пределе, так что получается оценка

$$\frac{1}{\tau_{tr}} \sim (u^2 n_i)^2 \frac{\epsilon_F}{m v_0^2 \Omega_0^5}$$

(использована оценка (14) для λ). Это и дает искомую связь. По-видимому, $v_0 \sim v_F$, тогда вместо (20) имеем:

$$\frac{W_2}{W_1} \sim \frac{\sqrt{m/m^*}}{\sqrt{\Omega_0 \tau_{tr}}}.$$

Это дает некоторое представление об интересующем нас отношении.

Сверхпроводящее состояние. При обсуждении этого вопроса делается ряд упрощений. Главное – это рассмотрение усредненного (по расположению примесей) взаимодействия между фермионами, что справедливо при достаточно большой концентрации рассеивающих центров (см. замечание после (20)).

Из теории сверхпроводимости известно, что рассеяние на примесях существенно воздействует на куперовские пары с ненулевыми моментами, что в конце концов приводит к разрушению сверхпроводимости. Этого нет для спаривания с нулевым моментом. В нашей задаче без рассеяния на примесях, видимо, не обойтись, так как оно может оказаться решающим для появления результирующего притяжения между фермионами, так что надо анализировать именно спаривание с нулевым моментом. Поэтому будем рассматривать взаимодействие частиц с разными спинами или разными долинами, для которых такое возможно. Обозначим соответствующие им операторы уничтожения (рождения) символами a, A (a^+, A^+). Взаимодействие между этими частицами H_{aA} можно записать в виде

$$H_{aA} = \frac{1}{V}\sum W(\mathbf{k}) a^+_{\mathbf{p}-\mathbf{k}} A^+_{\mathbf{p}'+\mathbf{k}} A_{\mathbf{p}'} a_{\mathbf{p}}, \qquad (21)$$
$$W(\mathbf{k}) = W_a(\mathbf{k}) + W_1(\mathbf{k}) + W_2(\mathbf{k}).$$

Здесь W_a – это непосредственное взаимодействие частиц (то, что осталось от исходного кулоновского, то есть отталкивание, см. (1)), $W_1 + W_2$ – это притяжение за счет обмена бозонами (см. (13), (19)). Это упрощенная запись, поскольку явно бозоны не фигурируют, а их роль проявилась в индуцированном ими притяжении $W_1 + W_2$. По аналогии с тем, как делается в фононной модели, здесь надо ограничить притяжение фермионов некоторой окрестностью $\pm\widetilde{\Omega}$ вблизи ферми-поверхности, где $\widetilde{\Omega} \sim \Omega_0$. Что касается W_a, то, согласно сказанному раньше, это есть отталкивание и оно существенно в окрестности $\pm\widetilde{\epsilon}$, где $\widetilde{\epsilon} \sim \epsilon_F$. Предположительно $\widetilde{\Omega} << \widetilde{\epsilon}$.

Далее, как обычно, еще более упрощаем задачу, оставляя только противоположные импульсы:

$$H_{aA} \to \frac{1}{V}\sum_{\mathbf{p},\mathbf{p}'} W(\xi,\xi') a^+_{\mathbf{p}} A^+_{-\mathbf{p}} A_{-\mathbf{p}'} a_{\mathbf{p}'}, \qquad (22)$$

где $W(\xi,\xi') = W_a(\xi,\xi') + W_b(\xi,\xi')$. Согласно сказанному раньше подразумевается, что функция $W_a(\xi,\xi')$ есть положительная постоянная в широком интервале переменных $|\xi|, |\xi'| < \widetilde{\epsilon}$, тогда как $W_b(\xi,\xi') \leftrightarrow \leftrightarrow W_1 + W_2$ есть отрицательная постоянная в интервале $|\xi|, |\xi'| < \widetilde{\Omega}$ (подразумеваются нулевые гармоники, то есть без угловой зависимости, для спаривания с нулевым моментом). Такая модель для учета кулоновского отталкивания (помимо притяжения через фононы) в теории сверхпроводимости рассматривалась раньше (см. книгу [5], пункт 6.3). Поэтому на решении задачи остановимся вкратце.

В приближении самосогласованного поля, которое для модели с взаимодействием (22) хорошо работает, имеем:

$$H_{aA} \to \sum_{\mathbf{p}} \Delta(\xi)\left\{A_{-\mathbf{p}} a_{\mathbf{p}} + a^+_{\mathbf{p}} A^+_{-\mathbf{p}}\right\}$$

(опущена несущественная постоянная), где по определению

$$\Delta(\xi) = \frac{1}{V}\sum_{\mathbf{p}'} W(\xi,\xi') << A_{-\mathbf{p}'} a_{\mathbf{p}'} >> \qquad (23)$$

(символ $<< \ldots >>$ означает усреднение по равновесному состоянию системы, то есть по основному состоянию при нулевой температуре). Параметр порядка Δ в данном случае можно считать вещественным. Добавим к H_{aA} первое слагаемое из (1) и рассмотрим часть $h_{\mathbf{p}}$, содержащую импульсы $\pm\mathbf{p}$:

$$h_{\mathbf{p}} = \xi(a^+a + A^+A) + \Delta(Aa + a^+A^+) \qquad (24)$$

(индексы опущены). Этот оператор диагонализуется (u,v)-преобразованием Боголюбова:

$$a_{\mathbf{p}} = u_{\mathbf{p}}\alpha_{\mathbf{p}} + v_{\mathbf{p}}\beta^+_{-\mathbf{p}}, \quad A_{-\mathbf{p}} = u_{\mathbf{p}}\beta_{-\mathbf{p}} - v_{\mathbf{p}}\alpha^+_{\mathbf{p}} \qquad (25)$$

с коэффициентами

$$(u^2, v^2) = \frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2+\Delta^2}}\right), \qquad (26)$$
$$uv = \frac{-\Delta}{2\sqrt{\xi^2+\Delta^2}}.$$

После этого вместо (24) получим:

$$h_{\mathbf{p}} \to \epsilon_{\mathbf{p}}\left(\alpha^+_{\mathbf{p}}\alpha_{\mathbf{p}} + \beta^+_{-\mathbf{p}}\beta_{-\mathbf{p}}\right), \quad \epsilon_{\mathbf{p}} = \sqrt{\xi^2_{\mathbf{p}} + \Delta^2} \qquad (27)$$

(постоянная часть опущена). Здесь $\epsilon_{\mathbf{p}}$ – это энергия квазичастицы в сверхпроводящей фазе. Уравнение для параметра порядка (23) запишется в виде

$$\Delta(\xi) = \frac{1}{V}\sum_{\xi'} W(\xi,\xi') \frac{-\Delta(\xi')}{2\sqrt{\xi'^2 + \Delta^2(\xi')}}. \qquad (28)$$

Памятуя о свойствах функции $W(\xi,\xi')$, решение уравнения (28) можно выразить посредством двух постоянных:

$$\Delta(\xi) = \Delta_1 \qquad (0 < |\xi| < \widetilde{\Omega}),$$

$$\Delta(\xi) = \Delta_2 \qquad (\widetilde{\Omega} < |\xi| < \widetilde{\epsilon}),$$

и для щели в спектре $\Delta = |\Delta_1|$ в пределе $\Delta \ll \widetilde{\Omega}$ получается выражение

$$\Delta = 2\widetilde{\Omega}\exp(-1/g)\ , \quad g = g_b - g_a\Big(g_a \ln\frac{\widetilde{\epsilon}}{\widetilde{\Omega}} + 1\Big)^{-1}.$$

Здесь введены обозначения:

$$g_b = \gamma|W_b|\ , \quad g_a = \gamma W_a$$

(γ – плотность состояний на поверхности Ферми, $2\pi\gamma = m^*$). Упорядоченной фазе соответствует $g > 0$. Роль отталкивания уменьшена из-за вклада с логарифмом [5].

По нашим оценкам обе постоянные взаимодействия $g_{a,b}$ в чистой системе порядка единицы. С беспорядком увеличивается сопротивление, но возрастает и притяжение квазичастиц через мягкую моду (то есть величина g_b), так что может наступить момент, когда сопротивление скачком обратится в нуль из-за перехода в сверхпроводящее состояние.

Итак, в рамках принятой модели с мягкой модой показано, что вигнеровская жидкость может перейти в сверхпроводящее состояние при достаточном количестве не очень сильно рассеивающих центров.

Благодарю за обсуждение М. В. Энтина и З. Д. Квона. Работа поддержана, в частности, грантами Российского фонда фундаментальных исследований # 02-02-16159 и INTAS # 2212.

---

1. E. Abrahams, S. V. Kravchenko, and M. P. Sarachik, Rev. Mod. Phys. **73**, 251 (2001).
2. Э. Г. Батыев, Письма в ЖЭТФ **72**, 727 (2000); **73**, 435 (2001); **74**, 253 (2001).
3. П. Де Жен, *Сверхпроводимость металлов и сплавов*, М.: Мир, 1970.
4. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, М.: Физматгиз, 1962.
5. Н. Н. Боголюбов, В. В. Толмачев, Д. В. Ширков, *Новый метод в теории сверхпроводимости*, М.: Изд. АН СССР, 1958.
6. P. Philips, Y. Wan, I. Martin et al., Nature **395**, 253 (1998).