

# Оптические и фотоэлектрические свойства спиральных квантовых проволок

Л. И. Магарилл, М. В. Энтин

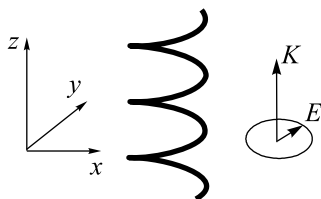
Институт физики полупроводников Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 7 июля 2003 г.

Предсказывается возникновение стационарного тока в спиральной квантовой проволоке под действием циркулярно-поляризованного света. Эффект связан с возникновением в системе координат, связанной с проволокой, бегущей электромагнитной волны с длиной волны, определяемой периодом спирали. Изучена гиротропия среды из параллельных квантовых проволок.

PACS: 73.63.Nm, 78.67.Lt

В настоящей работе рассматриваются спиральные квантовые проволоки типа изображенной на рисунке и однородная среда из таких параллельных



Спиральная квантовая проволока

квантовых проволок. Симметрия спирали допускает существование антисимметричного тензора третьего ранга. Физически такой тензор соответствует преобразованию вращения в поступательное движение. Если под вращением понимать круговую поляризацию электромагнитной волны, поглощаемой в среде, а под поступательным движением – электронный ток, то отсюда следует возможность возникновения стационарного тока в спиральной квантовой проволоке под действием света – циркулярный фотогальванический эффект [1]. Аналогичный тензор определяет гиротропию среды, “построенной” из таких проволок.

В оптической и инфракрасной областях частот импульс фотона обычно имеет малую величину по сравнению с электронным. Поэтому в теории фотогальванического эффекта этим импульсом, как правило, пренебрегают. Исключения составляют эффекты, прямо связанные с импульсом фотона, – увлечение электрона фотонами, в том числе резонансное увлечение, для которого импульс фотона играет роль спускового крючка, в то время как электрон получает свой импульс от третьего тела.

Спиральная геометрия квантовой проволоки приводит к искусственному увеличению волнового век-

тора волны. При освещении квантовой проволоки вдоль оси циркулярно-поляризованным светом электромагнитное поле с точки зрения электрона, движущегося по проволоке, представляет собой бегущую волну с длиной, совпадающей с периодом спирали. Импульс, передаваемый от света электрону, делает разрешенными переходы между состояниями свободного электрона, что приводит к бесстолкновительному поглощению электромагнитного поля. В результате изменения импульса электрона в системе возникает стационарный ток. В классическом пределе стационарный ток объясняется ускорением электронов, движущихся с фазовой скоростью волны.

В работе рассмотрены циркулярный фотогальванический эффект в одиночной спиральной квантовой проволоке и геометрически индуцированная гиротропия однородной среды из параллельных квантовых проволок.

Гиротропия молекулярных систем – сред, состоящих из органических хиральных молекул изучалась более столетия. Такими средами являются, в частности, растворы белков и ДНК (см., например, [2]). Другой хорошо известный пример сред, обладающих геометрически наведенной гиротропией – холестерические жидкие кристаллы (см., например, [3]).

Однако только в последнее время удалось получить наноспираль на основе типичных полупроводников [4, 5]. Совместимость этих систем с элементами полупроводниковой электроники делает их исследование важным для будущих прикладных применений.

*Поглощение света в спиральной квантовой проволоке.* Рассмотрим тонкую спиральную квантовую проволоку постоянного сечения, описываемую уравнением

$$\mathbf{r} = \mathbf{a}(q) \equiv (R \cos kq, R \sin kq, \eta q). \quad (1)$$

Здесь  $R$  – радиус спирали,  $q$  – координата вдоль проволоки, знак  $k$  определяет направление спирали  $\xi = \pm 1$  (плюс соответствует левой спирали), длина витка спирали равна  $2\pi/|k|$ ,  $\eta$  – отношение шага спирали к длине ее витка; ось спирали направлена вдоль  $z$ .

Гамильтониан искривленной квантовой проволоки постоянного сечения в отсутствие внешнего поля был выведен в общем виде в [6, 7]. Для спиральной геометрии (1) в пренебрежение спином и постоянным сдвигом дна зоны, связанным с кривизной и кручением, электроны описываются обычным квадратичным одномерным гамильтонианом  $H = p^2/2m$ , где  $p = -i\partial/\partial q$  – оператор импульса электрона вдоль проволоки. При наличии внешнего электромагнитного поля  $\mathbf{A}$  градиентное преобразование гамильтониана приводит к замене импульса на  $p + e/cA_t$ , где  $A_t$  – проекция вектор-потенциала на касательную к квантовой проволоке с ортом  $\mathbf{t}(q) = (-kR \sin kq, kR \cos kq, \eta)$ . Подчеркнем, что в настоящей работе мы будем пренебрегать переходами между поперечными состояниями электронов в проволоке. Далее полагаем  $\hbar = 1$ .

Мы будем рассматривать спиральную квантовую проволоку во внешнем однородном переменном электрическом поле  $\mathbf{E}(t) = \text{Re}(\mathbf{E}_0 e^{-i\omega t})$ , пренебрегая волновым вектором волны  $\mathbf{K}$ . На электроны в проволоке действует только тангенциальная компонента поля

$$E_t = -\dot{A}_t/c =$$

$$= \text{Re}(kR(-E_{0,x} \sin kq + E_{0,y} \cos kq) + \eta E_{0,z})e^{-i\omega t}.$$

Таким образом, с точки зрения одномерного гамильтониана, поля  $E_x$  и  $E_y$  создают действующие на электрон волны с волновым вектором  $k$ , а  $E_z$  – однородное поле вдоль спирали. Для свободного электромагнитного поля оптических или меньших частот исходный волновой вектор волны мал; в то же время волновой вектор спирали  $k$  может быть сделан достаточно большим, в частности, сравнимым с фермиевским импульсом электронов. В результате процесс поглощения света оказывается разрешенным даже для свободного электрона.

Динамический ток, возникающий под действием поля, разбивается на вклады от соответствующих пространственных гармоник:

$$J(q, t) = \text{Re}(kR\sigma(\omega, k)(-E_{0,x} \sin kq + E_{0,y} \cos kq) + \eta\sigma(\omega, 0)E_{0,z})e^{-i\omega t}. \quad (2)$$

Здесь  $\sigma(\omega, k) = \sigma(\omega, -k)$  – динамическая проводимость одномерной системы с учетом пространственной дисперсии, которая описывается формулой Кубо:

$$\sigma(\omega, k) = \frac{2e^2}{m^2 L} \times \sum_{p, p'} \frac{f(\varepsilon) - f(\varepsilon')}{\varepsilon' - \varepsilon} |(\mathcal{U})_{p, p'}|^2 \frac{1}{\delta + i(\varepsilon - \varepsilon' - \omega)}, \quad (3)$$

где  $\varepsilon = p^2/2m$  – энергия электрона,  $f(\varepsilon)$  – функция Ферми,  $\mathcal{U} = \{p, e^{ikq}\}$  (фигурные скобки обозначают операцию симметризации),  $L$  – полная длина спирали,  $\delta$  – темп включения поля. Пренебрегая рассеянием электронов, для действительной части проводимости получаем

$$\text{Re } \sigma(\omega, k) = \frac{4e^2 m \omega}{|k|^3} \left[ f\left(\frac{(k^2 - 2m\omega)^2}{8mk^2}\right) - f\left(\frac{(k^2 + 2m\omega)^2}{8mk^2}\right) \right]. \quad (4)$$

Средняя по времени поглощаемая мощность волны с амплитудой  $E_0$ , распространяющейся вдоль оси спирали, равна в случае линейной поляризации  $\text{Re}(\sigma)k^2 R^2 E_0^2/4$ , а в случае циркулярной поляризации – удвоенному этому значению. При низкой температуре поглощение в вырожденном электронном газе отлично от нуля в полосе частот  $|p_F|k - k^2/2 < m\omega < (p_F|k| + k^2/2)$ , определяемой законами сохранения энергии и импульса. При малом  $k$  полоса поглощения сжимается к частоте  $\omega = |k|v_F$ .

**Фотогальванический эффект в спиральной проволоке.** Рассмотрим возникновение стационарного тока во внешнем поле циркулярно-поляризованной волны, распространяющейся вдоль оси спирали  $z$ . В этом разделе также будем пренебрегать волновым вектором волны. Стационарный ток в слабом электромагнитном поле возникает как отклик второго порядка по внешнему электрическому полю.

Комплексную амплитуду электрического поля можно записать как  $\mathbf{E}_0 = (1, i\zeta, 0)E_0$ ,  $\zeta = \pm 1$ , а

$$A_t = \frac{cE_0 R \zeta k}{\omega} \cos(\zeta kq - \omega t). \quad (5)$$

Для вычисления тока воспользуемся квадратичной по внешнему полю формулой Кубо. Задача решается аналогично нахождению кругового тока в квантовом кольце во внешнем переменном поле (см. [8]). Пренебрегая рассеянием электронов, но оставляя малый, но конечный темп включения поля  $\delta$ , получаем стационарный ток вдоль проволоки

$$J_0 = \frac{e^3 k^2 R^2 E_0^2}{2m^3 \omega^2 L} \text{Re} \sum_{p, p'} (p - p') \frac{f(\varepsilon) - f(\varepsilon')}{2\delta} \times |(\mathcal{U})_{p, p'}|^2 \frac{1}{\delta + i(\varepsilon - \varepsilon' - \omega)}. \quad (6)$$

Рассеяние электронов можно имитировать темпом включения поля, вводя время релаксации элек-

тронов по импульсу  $\tau$ :  $\delta \rightarrow 1/2\tau$ . Тогда из (6) следует

$$J_0 = \frac{e^3 \zeta k}{m^3 \omega^2} (1 - \eta^2) E_0^2 \int_{-\infty}^{\infty} dp (p + k/2)^2 \times \\ \times \tau (f(\varepsilon + \omega) - f(\varepsilon)) \delta(kp/m + k^2/2m - \omega). \quad (7)$$

Используя выражение (4), находим при постоянном  $\tau$

$$J_0 = -\frac{e}{4m\omega} \zeta \tau k \operatorname{Re}[\sigma(\omega, k)] (1 - \eta^2) E_0^2. \quad (8)$$

В пределе низкой температуры зависимость тока от частоты представляет прямоугольный пик  $|p_F|k| - k^2/2| < m\omega < (p_F|k| + k^2/2)$ . Знак тока определяется произведением  $\zeta \xi$ , то есть смена направления поляризации или спирали меняет знак тока. При  $k \rightarrow 0$  ширина пика стремится к нулю быстрее, чем положено, то есть пик становится бесконечно-узким.

В классическом пределе  $k \ll p_F$ ,  $\omega \ll \varepsilon_F$  более аккуратное приближение, учитывающее, в частности, энергетическую зависимость времени релаксации, можно получить в рамках кинетического уравнения. В предположении, что рассеяние электронов упругое, кинетическое уравнение для функции распределения  $f(p, q, t)$  имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial q} - eE_t \frac{\partial f}{\partial p} = -\frac{f_-}{\tau}, \quad f_- = \frac{f(p) - f(-p)}{2}. \quad (9)$$

Здесь  $v = p/m$ . Уравнение (9) является парой связанных дифференциальных уравнений. Стационарный ток определяется нечетной по импульсу стационарной частью функции распределения, которая возникает во втором порядке по полю волны. Решая уравнение (9) в квадратичном приближении по  $E_t$ , имеем для стационарной части функции распределения

$$f_- = \frac{1}{2} \tau e^2 (kRE_0)^2 \zeta kv \frac{\partial}{\partial p} \times \\ \times \left( \frac{\omega \tau}{\omega^2 + \tau^2(\omega^2 - (\zeta kv)^2)} v \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right). \quad (10)$$

Из (10) для стационарного тока вдоль проволоки находим

$$J_0 = -\frac{e}{\pi} \int dp v f_-(p) = \frac{2e^3 \zeta k}{\pi m^2} (1 - \eta^2) E_0^2 \times \\ \times \int dp \frac{\omega \tau}{(\omega^2 - k^2 v^2)^2 \tau^2 + \omega^2} \varepsilon \frac{\partial(\tau \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}. \quad (11)$$

При  $\tau \rightarrow \infty$  ток имеет резонанс по частоте при совпадении фермиевской скорости электронов  $v_F$  с фазовой скоростью волны  $s = \xi \zeta \omega / |k|$ . Резонанс связан с тем, что постоянное ускорение на гребне волны разгоняет электроны. Этот вклад, комбинируясь с вкладом упруго рассеянных электронов, создает постоянный ток в направлении фазовой скорости волны.

В этом пределе при постоянном времени релаксации формула (11) совпадает с (8). Вне резонанса,

$$J_0 \sim k/\omega^3 \text{ при } \omega \gg |k|v_F, \quad \omega \tau \gg 1, \\ J_0 \sim k\tau^2/\omega \text{ при } \omega \gg |k|v_F, \quad \omega \tau \ll 1 \text{ или при } \\ \omega \ll |k|v_F, \quad k^2 v_F^2 \tau \ll \omega, \\ J_0 \sim \omega/k^3 v_F^4 \text{ при } \omega \ll |k|v_F, \quad k^2 v_F^2 \tau \gg \omega.$$

При  $\omega \rightarrow 0$  или  $k \rightarrow 0$  ток стремится к нулю.

Подчеркнем, что наше рассмотрение фотогальванического эффекта ограничивалось кинетическим подходом и пренебрегало локализацией состояний в одномерной системе. Это справедливо, если локализация разрушается сбоем фазы, в частности, если время сбоя фазы становится сравнимо с  $\tau$  (например, в ограниченной системе) или меньше него.

**Предел сильного поля.** Предыдущие формулы относились к квадратичному по полю отклику. Рассмотрим случай сильного внешнего поля, когда величина потенциала, создаваемого полем, превышает энергию Ферми, а в то же время фазовая скорость волны меньше или порядка скорости Ферми. В этом пределе мы можем считать, что поле собирает электроны в сгустки в минимумах потенциала. Тогда все электроны будут двигаться со скоростью волны. В результате постоянный ток

$$J_0 = -en_e s, \quad (12)$$

где под  $n_e$  понимается средняя линейная плотность электронов. Это выражение перестает зависеть от электрического поля и релаксации электронов.

Этот результат остается справедливым и тогда, когда потенциал волны перестает быть классическим для электронов. Проведя градиентное преобразование, находим, что волновая функция электрона удовлетворяет уравнению

$$\left[ -i \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\hat{p}^2}{2m} + eE_0 R \cos(\zeta kq - \omega t) \right] \psi = 0. \quad (13)$$

В движущейся системе координат электрон описывается блоховской функцией  $\phi_p(q) = u_p(q) e^{ipq}$  (с квазиимпульсом  $p$  и энергией  $\varepsilon_p$ , относящейся к некоторой зоне), являющейся решением уравнения Матье

$$-\frac{1}{2m} \frac{d^2 \phi_p}{dq^2} + eE_0 R \cos(kq) \phi_p = \varepsilon_p \phi_p. \quad (14)$$

Функции  $\psi$  и  $u_p$  связаны соотношением

$$\psi(q, t) = u_p(q - st) e^{imsq} e^{-it(\varepsilon_p + sp + ms^2/2)}. \quad (15)$$

Энергия электрона в лабораторной системе равна  $\varepsilon_p + sp + ms^2/2$ , а его скорость есть  $\partial \varepsilon_p / \partial p + s$ . При большой амплитуде волны в системе, связанной с ней, устанавливается равновесие, или, по крайней мере, функция распределения становится функцией только энергии  $\varepsilon_p$ . Отсюда для стационарного тока следует (12).

Выражение (12) соответствует квантованию электронного переноса в адиабатическом электронном насосе [9], если понимать каждый виток спирали как отдельный электронный насос. Действительно, согласно (12), каждое занятое состояние в витке прокачивает за период изменения поля ровно один электрон.

*Гиротропия среды из спиральных квантовых проволок.* В настоящем разделе рассмотрена гиротропия трехмерной среды, состоящей из одинаковых параллельных спиральных квантовых проволок. В формальных терминах, симметрия однородной среды, составленной из спиралей, допускает возможность существования антисимметричного тензора третьего ранга  $\gamma_{ijk} = -\gamma_{jik}$ , возникающего при разложении пространственно-диспергирующей диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_{ij}(\mathbf{K})$  по волновому вектору электромагнитного поля  $\mathbf{K}$ :

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{K}) = \varepsilon_{ij}(0) + i\gamma_{ijk}K_k + \dots$$

Однородная среда, содержащая спирали, обладает симметрией  $D_\infty$ , для которой тензор  $\gamma_{ijk}$  имеет только две независимые компоненты:  $\gamma_{xyz}$  и  $\gamma_{yzx} = -\gamma_{xzy}$ . Для нахождения этих компонент достаточно рассмотреть линейно-поляризованные волны с волновыми векторами, направленными вдоль оси спирали и перпендикулярно ей.

В первом случае для волны, линейно-поляризованной вдоль оси  $x$  (она может быть выбрана произвольно перпендикулярно оси спирали), тангенциальная компонента электрического поля имеет вид

$$E_t = -kRE_0 \operatorname{Re}[e^{iK\eta q - i\omega t} \sin(kq)]. \quad (16)$$

Ток в спирали  $J$  определяется суперпозицией откликов на две волны:

$$J = \operatorname{Re}[i \frac{kR}{2} E_0 e^{i(-\omega t + \eta K q)} \times (\sigma(\omega, k + \eta K) e^{ikq} - \sigma(\omega, -k + \eta K) e^{-ikq})]. \quad (17)$$

Объемная плотность тока  $\mathbf{j}$  дается усреднением по витку спирали вектора тока  $t\mathbf{J}$ , умноженного на плотность спиралей  $n$ :

$$\mathbf{j} = n \langle t\mathbf{J} \rangle, \quad \langle \dots \rangle = \frac{k}{2\pi} \int_0^{2\pi/k} (\dots) dq. \quad (18)$$

Нам достаточно найти  $y$ -компоненту плотности тока:

$$j_y = \operatorname{Re}[\sigma_{yx}(\omega, K) E_0 e^{i(Kz - \omega t)}],$$

$$\sigma_{yx}(\omega, K) = in \frac{k^2 R^2}{4} (\sigma(\omega, k + \eta K) - \sigma(\omega, k - \eta K)). \quad (19)$$

Отсюда находим

$$\gamma_{yxz} = -\gamma_{xyz} = 2in \frac{\pi}{\omega} (1 - \eta^2) \eta \frac{\partial}{\partial k} \sigma(\omega, k) \quad (20)$$

Во втором случае для волны с  $\mathbf{K} = (K, 0, 0)$ , линейно-поляризованной вдоль оси  $z$ , величина  $E_t$  определяется выражением (для спирали с осью, проходящей через точку  $\rho_l = (x_l, y_l)$ )

$$E_t^{(l)} = \operatorname{Re}[e^{iK(x_l + R \cos(kq)) - i\omega t} \eta E_0] \approx \operatorname{Re}[e^{i(Kx_l - \omega t)} (1 + iKR \cos(kq)) \eta E_0]. \quad (21)$$

Формула (21) разложена с учетом малости параметра  $KR$ . Объемная плотность тока среды из спиралей имеет вид

$$j_y = \sum_l \langle t_y J^{(l)} \delta(\rho - \rho_l - \mathbf{a}_\perp(q)) \rangle, \quad \mathbf{a}_\perp(q) = (a_x(q), a_y(q)), \quad (22)$$

где

$$J^{(l)} = \operatorname{Re}\{E_0 \eta e^{i(Kx_l - \omega t)} [\sigma(\omega, 0) + iKR \sigma(\omega, k) \cos kq]\}. \quad (23)$$

Усредняя по положениям спиралей, получаем

$$\gamma_{yzx} = -\gamma_{xzy} = 2in \frac{\pi}{\omega k} \eta (1 - \eta^2) (\sigma(\omega, k) - \sigma(\omega, 0)). \quad (24)$$

Формулы (20) и (24) вместе с выражением (3) определяют гиротропию системы. Очевидно, что круговой дихроизм и вращение плоскости поляризации усиливаются в окрестности резонанса.

Работа была поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований # 02-02-16377 и Программами РАН и Министерства науки и технологии РФ.

1. В. И. Белиничер, Б. И. Стурман, УФН **130**, 415 (1980); E. L. Ivchenko, G. E. Pikus, in *Semiconductor Physics*, Ed. V. M. Tushkevich and V. Ya. Frenkel, Cons. Bureau, New York, 1986, p. 427.
2. М. В. Волькенштейн, *Биофизика*, М.: Наука, 1981.
3. С. Чандрасекар, *Жидкие кристаллы*, М.: Мир, 1980.
4. V. Ya. Prinz, V. A. Seleznev, A. K. Gutakovskiy et al., *Physica* **E6**, 828 (2000).
5. V. Ya. Prinz, D. Grutzmacher, A. Beyer et al., *Nanotechnology* **12**, S1 (2001).
6. M. V. Entin and L. I. Magarill, *Phys. Rev.* **B66**, 205308 (2002).
7. Л. И. Магарилл, М. В. Энтин, *ЖЭТФ* **123**, 867 (2003).
8. Л. И. Магарилл, А. В. Чаплик, *Письма в ЖЭТФ* **70**, 607 (1999).
9. D. J. Tauless, *Phys. Rev.* **B27**, 6083 (1983).