Письма в ЖЭТФ, том 78, вып. 4, с. 253 – 257

О влиянии сильных электрического и магнитного полей на пространственную дисперсию и анизотропию оптических свойств полупроводника

В. Н. Родионов, Г. А. Кравцова, А. М. Мандель

Московский государственный геологоразведочный университет, 118873 Москва, Россия

Поступила в редакцию 10 июля 2003 г.

Непертубативными методами построено выражение (в виде однократного интеграла) для поляризационного оператора фотона в полупроводнике, находящемся в сильных стационарных электрическом и магнитном полях произвольной ориентации. Учтена пространственная дисперсия и показано, при каких конфигурациях внешних полей ее влияние несущественно. Получены асимптотические соотношения для зависимости коэффициентов поглощения и преломления от характеристик поля. Установлено, что пренебрежение спином частиц ведет к принципиально неверному представлению о влиянии магнитного поля на оптические свойства непроводящих кристаллов.

PACS: 11.10.–z

Начатые более 30 лет назад исследования условий распространения фотона в вакууме в сильных электромагнитных полях [1, 2] до сих пор остаются весьма актуальными [3, 4]. В то же время развитие оптоволоконных технологий и целый ряд смежных проблем стимулируют также изучение влияния сильных электромагнитных полей на оптические свойства непроводящих кристаллов. Подобным вопросам посвящена, например, монография [5] (см.также [6]). Наиболее общий и последовательный подход к решению этой задачи дает изучение поляризационного оператора (ПО) фотона в полупроводнике при действии внешних электрического и магнитного полей произвольной ориентации. Будем полагать, что интенсивность полей ограничена лишь характером принятого в физике твердого тела нерелятивистского приближения, а единственным механизмом фотопоглощения являются прямые разрешенные межзонные переходы. Схема расчета однопетлевого приближения поляризационного оператора фотона в изотропном полупроводнике с простой зоной приведена в монографии [7] для случая магнитного внешнего поля без учета спина частиц. В нашем случае волновые функции виртуального электрона и дырки являются решениями уравнения Шредингера с гамильтонианом

$$\hat{H}=-\frac{\hbar^2}{2m_{c,v}}\Delta-i\frac{\hbar eHx}{m_{c,v}c}\frac{\partial}{\partial y}+\frac{e^2H^2x^2}{2m_{c,v}c^2}+e\mathbf{E}\cdot\mathbf{r}+\frac{\hbar eH}{m_{c,v}c}\hat{S}_z,$$

где $\hbar$, e и c – соответственно постоянная Планка, заряд электрона и скорость света, $m_c(m_v)$ – эффективная масса электрона (дырки), Δ – оператор Лапласа, магнитное поле $\mathbf{H}$ направлено вдоль оси z, $\mathbf{E}$ – вектор напряженности электрического поля, а $\hat{S}_z$ – оператор спина частицы. Эти волновые функции нетрудно получить, используя релятивистские решения уравнений движения заряженных частиц в электромагнитных полях сложной конфигурации, подробно изученные в монографии [8] (см. также [9]). В таком подходе влияние внешних полей учитывается точно, а теория возмущений используется лишь при описании взаимодействия частиц.

Повторяя процедуру, описанную в работе [7], можно получить соотношение в виде двойного ряда по квадратам полиномов Лаггера, аналогичное выражению для ПО в чисто магнитном поле. Однако работать с подобным выражением и делать на его основании какие-либо качественные выводы довольно сложно. В частности, ввиду громоздкости этого представления затруднена процедура его регуляризации.

Вместе с тем, если использовать развитую в работе [10] методику суммирования вкладов всех уровней Ландау, в суперпозиции электрического и магнитного полей для ПО фотона можно получить выражение в виде однократного интеграла:

$$\Pi=\Pi_0\left\{\frac{\exp\left(-i\pi/4\right)}{\left(8\pi\right)^{1/2}}\times\right.$$
$$\left.\times\int\limits_0^\infty\frac{dx}{x^{3/2}}\left[\frac{hxf_\sigma\left(hx\right)}{\sin\left(hx\right)}\exp\left(iS\right)-1\right]+2\Theta\left(-I\right)\right\}. \quad (1)$$

Здесь Π_0 – модуль поляризационного оператора фотона в отсутствие внешних полей, содержащий свертку вектора поляризации по блоховским функциям краев зон электрона и дырки [7], I – энерговыделение в процессе распада фотона на электронно-дырочную пару:

$$I = \hbar\omega - \mathcal{E} - (\hbar k)^2/2M, \qquad (2)$$

где $\hbar\omega$ – энергия фотона, $\mathcal{E}$ – ширина запрещенной зоны, $M = m_c + m_v$, k – модуль волнового вектора фотона.

Функции f_σ зависят от спина заряженных частиц $\sigma = 0;\ 1/2$ и равны: $f_0 = 1$ для скалярных частиц и $f_{1/2} = \cos(m^* hx/m_c)\cos(m^* hx/m_v)$ для реальных электрона и дырки, $m^* = m_c m_v/M$ – приведенная масса пары [1)], $\Theta(x)$ в (1) – единичная ступенчатая функция Хевисайда. Наконец, величина S имеет вид

$$S = 2\mathrm{sign}\,(I)\,x + \frac{2M^2\varepsilon^2}{m^{*2}h^2}\times$$
$$\times\left[x\frac{m^*}{M} - \frac{\sin(xhm^*/m_c)\cdot\sin(xhm^*/m_v)}{h\sin(xh)}\right], \qquad (3)$$

где ε и h соответственно равны

$$\varepsilon = |\mathbf{E} + \kappa\times\mathbf{H}|/E_k, \qquad h = H/H_k;$$

в свою очередь,

$$E_k = (2m^*|I|^3)^{1/2}/e\hbar,\ H_k = m^* c|I|/e\hbar,\ \kappa = \hbar\mathbf{k}/Mc.$$

При $I > 0$ межзонные переходы могут происходить и в отсутствие внешнего поля, при этом $\Pi = i\Pi_0$. При $I < 0$ пары без внешнего поля рождаться не могут, и поляризационный оператор вещественен[2)] $\Pi = \Pi_0$. Последнее слагаемое в (1) связано с проявлением *пространственной дисперсии* [5, 7] без учета температурных эффектов.

Отметим, что вклад компоненты k_z, ориентированной вдоль магнитного поля, характерен лишь для отдельных слагаемых ПО и связан с его представлением в виде суммы по уровням Ландау [6, 7]. После суммирования по всем уровням восстанавливается также зависимость ПО и от поперечной составляющей $k_\perp$ (см. (1), (3)). Параметр h – относительная напряженность магнитного поля, выраженная в естественных единицах критического поля H_k. Последнее определяется из условия равенства величины циклотронного кванта и энерговыделения в реакции.

Числитель ε – ни что иное, как модуль классической *силы Лоренца*, деленный на заряд электрона. Второе слагаемое в нем обусловливает зависимость поляризационного оператора от направления движения фотона и, следовательно, *индуцированную магнитным полем анизотропию* оптических свойств полупроводника. Как правило, подобные задачи решают в приближении (см., например, [9, 12]), когда игнорируется вклад, определяемый импульсом фотона. Это соответствует отсутствию второго слагаемого в ε и последнего в I, что и приводит к пренебрежению пространственной дисперсией в ПО.

Для фотонов оптического диапазона при $m_c \sim m_v \sim m$ (где m – масса вакуумного электрона) величина $\kappa \sim 10^{-6}$, то есть, казалось бы, такое приближение оправданно. Однако для реального полупроводника, как показано в [7] для чисто магнитного внешнего поля, оно некорректно, особенно в околопороговых областях. В нашем случае пренебречь пространственной дисперсией и наведенной анизотропией можно лишь при[3)] $E \geq H$.

Остановимся на асимптотических оценках поляризационного оператора фотона (1) и следующих из него выражений для коэффициентов преломления и экстинкции [4)].

1. $E \ll E_k, H \ll H_k,\ H \leq E$; или $h \ll \varepsilon \ll 1$. Этот случай соответствует слабым полям, причем электрическое поле является доминирующим. Пространственной дисперсией и анизотропией можно пренебречь, считая $\varepsilon = E/E_k$. При положительном энерговыделении $I > 0$ поляризационный оператор оценивается как

$$\Pi \approx \Pi_0\cdot i\left[1 + \frac{\varepsilon^2}{32} - \frac{\varepsilon}{4}\phi_\sigma^+(h,\varepsilon)\exp\left(i\frac{4}{3\varepsilon}\right)\right], \qquad (4)$$

где

$$\phi_\sigma^+(h,\varepsilon) = 1 + r_\sigma\frac{h^2}{\varepsilon^2}$$

и зависящие от спина постоянные коэффициенты r_σ равны

$$r_0 = 1/6 \text{ и } r_{1/2} = -(m_c^2 + m_v^2 - m_c m_v)/3M^2.$$

Следуя [18], определим с помощью (1) наблюдаемое отличие коэффициентов преломления $\Delta n = n - n_0$

[1)] Рассмотрение “бесспиновых” заряженных частиц связано с тем, что в подобных расчетах спинами электрона и дырки обычно пренебрегают. Как будет видно из дальнейшего, при наличии в конфигурации магнитного поля это принципиально неверно.

[2)] Отметим, что в чисто электрическом внешнем поле различные знаки энерговыделения соответствуют режимам осцилляций и туннелирования, хорошо изученным в известном эффекте Келдыша–Франца [11].

[3)] В этом случае ε становится относительной напряженностью электрического поля в единицах критического поля E_k, которое определяется из условия равенства работы поля на дебройлевской длине волны $\hbar/(2m^*|I|)^{1/2}$ и энерговыделения в реакции. Заметим, что ε и h отличаются от аналогичных единиц, возникающих в теории полевой ионизации атомов, только масштабом энергетических параметров [13].

[4)] Способы этих оценок подробно описаны в работах [10 – 17].

и экстинкции $\Delta q = q - q_0$ от их значений при "выключенных" полях. Используя обычные связи оптических характеристик с поляризационным оператором (см. [7, 9])

$$(n+iq)^2 = 1 + \frac{4\pi c^2}{\omega^2}\Pi,$$

получаем

$$\Delta n = \frac{\varepsilon n_0 \left(n_0^2-1\right)^{1/2}}{4\left(2n_0^2-1\right)}\left\{\frac{\varepsilon}{8}\left(n_0^2-1\right)^{1/2} + \phi_\sigma^+(h,\varepsilon)\times \right.$$
$$\left. \times\left[n_0 \sin\left(\frac{4}{3\varepsilon}\right) - \left(n_0^2-1\right)^{1/2}\cos\left(\frac{4}{3\varepsilon}\right)\right]\right\}, \qquad (5)$$

$$\Delta q = \frac{\varepsilon q_0 \left(q_0^2+1\right)^{1/2}}{4\left(2q_0^2+1\right)}\left\{\frac{\varepsilon}{8}\left(q_0^2+1\right)^{1/2} - \right.$$
$$\left. -\phi_\sigma^+(h,\varepsilon)\left[q_0 \sin\left(\frac{4}{3\varepsilon}\right) + \left(q_0^2+1\right)^{1/2}\cos\left(\frac{4}{3\varepsilon}\right)\right]\right\}. \qquad (6)$$

Очевидно, что полученные выражения содержат как слагаемые, монотонно растущие с ростом электрического поля, так и члены, осциллирующие с частотой, определяемой параметром ε. Магнитное поле дает поправку к амплитуде подобных осцилляций.

При отрицательном энерговыделении $I < 0$, то есть в режиме туннелирования из (1) имеем

$$\Pi \approx \Pi_0\left[1 + \frac{\varepsilon^2}{32} + i\frac{\varepsilon}{8}\phi_\sigma^-(h,\varepsilon)\right], \qquad (7)$$

где

$$\phi_\sigma^-(h,\varepsilon) = \left(1 - r_\sigma\frac{h^2}{\varepsilon^2}\right)\exp\left(-\frac{4}{3\varepsilon}\right),$$

а обусловленные внешними полями изменения оптических свойств полупроводника таковы [5]:

$$\Delta n = \frac{\varepsilon^2}{64}(n_0 - \frac{1}{n_0}), \qquad (8)$$

$$\Delta q = q = \frac{\varepsilon}{16}(n_0 - \frac{1}{n_0})\phi_\sigma^-(h,\varepsilon). \qquad (9)$$

Из (8) следует, что коэффициент преломления с ростом электрического поля монотонно растет, а коэффициент поглощения (9) экспоненциально подавлен. Магнитное поле дает предэкспоненциальную поправку. Обратим внимание, что знак r_σ различен для скалярных и спинорных частиц даже в пределе относительно слабых полей. Так, для первых магнитное поле уменьшает, а для вторых несколько увеличивает фотопоглощение. Если в режиме осцилляций это не слишком существенно, то в данном случае пренебрежение спином частиц ведет к *неверному представлению о роли магнитного поля* в изучаемых процессах. В теории полевой ионизации атомов ситуация полностью аналогична, что было недавно установлено в работах авторов [15, 19]. Таким образом, спины частиц следует учитывать, несмотря на нерелятивистский характер расчета и достаточную слабость магнитных полей.

2. $E \ll E_k$, $H \ll H_k$, $E \ll H$; или $\varepsilon \ll h \ll 1$. И в этой ситуации поля слабые, но теперь доминирует магнитное поле. При $I > 0$ поляризационный оператор фотона можно записать в виде

$$\Pi \approx \Pi_0 \cdot i\left(1 + \chi_\sigma^+/16\right), \qquad (10)$$

где

$$\chi_\sigma^+ = r_\sigma h^2 + \varepsilon^2/2,$$

а обусловленные внешним полем поправки к оптическим характеристикам определяются выражениями

$$\Delta n = \frac{(n_0^2-1)^2}{64 n_0 (2n_0^2-1)}\chi_\sigma^+, \qquad (11)$$

$$\Delta q = \frac{q_0(q_0^2+1)}{16(2q_0^2+1)}\chi_\sigma^+. \qquad (12)$$

Из (10) следует, что поляризационный оператор чисто мнимый, а осциллирующие слагаемые отсутствуют. При $I < 0$ поляризационный оператор, напротив, становится действительным:

$$\Pi \approx \Pi_0\left(1 - \chi_\sigma^-/16\right), \qquad (13)$$

где

$$\chi_\sigma^- = r_\sigma h^2 - \varepsilon^2/2.$$

В рассматриваемом случае полевые поправки к коэффициенту преломления представимы в форме

$$\Delta n = -\frac{n_0^2-1}{32 n_0}\chi_\sigma^-, \qquad (14)$$

а коэффициент поглощения q пренебрежимо мал. Здесь магнитная и электрическая составляющие силы Лоренца в ε соизмеримы, так что может проявиться оптическая анизотропия полупроводника. Действительно, оптические характеристики (11), (12), (14) зависят как от направления движения фотона, так и от взаимной ориентации векторов **E** и **H**.

Рассмотрим простейшие случаи взаимной ориентации **E**, **H** и **k**. Если векторы **E** и **H** параллельны,

[5] Здесь учтено, что в рассматриваемом режиме фотопоглощение без внешнего поля невозможно, так что $q_0 = 0$.

они выделяют определенное направление в пространстве. Максимальное различие в оптических свойствах будет наблюдаться для фотонов, движущихся вдоль и нормально этому направлению. Для скрещенного поля, то есть для $\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$, минимальное значение Δn и Δq имеет место для фотонов, движущихся в направлении векторного произведения $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$, а максимальное – в противоположном. В общих чертах это напоминает взаимодействие фотона с бегущей электромагнитной волной [8].

Формально рассматриваемый случай допускает предельный переход к чисто магнитному полю. Однако хорошо известно (см., например, [10, 20]), что в таком поле в пределе $h \to 0$ в выражениях для вероятностей процессов фоторождения пар возникают осцилляции неограниченной амплитуды. Отметим, что в [7] именно этими расходимостями обосновывается важность учета пространственной дисперсии. В самом деле, для фотона, движущегося вдоль магнитного поля ($\mathbf{H} \times \mathbf{k} = 0$) и в отсутствие электрического поля параметр ε обращается в нуль. Представив $\sin^{-1}(h)$ в виде экспоненциального ряда:

$$\sin^{-1}(hx) = 2i \sum_{n=0}^{\infty} \exp[-ihx(1+2n)],$$

получим, что для частиц без спина показатель экспоненты S в (3) представим в виде линейной функции, обращающейся в нуль при значениях $h = 2/(1+2n)$. При учете спина выражения становятся более громоздкими, но принципиально ситуация не меняется.

Если же в (3) оставить слабое электрическое поле, то амплитуда осцилляций ПО (1) при указанных h ограничена значением $\Pi \sim h\varepsilon^{-1/3}$. Таким образом, электрическое поле играет, вообще говоря, роль *регуляризующего фактора*. По сути, это следует уже из пионерского результата Келдыша [11]: введение электрического внешнего поля устраняет корневую особенность на пороге сечения фотопоглощения непроводящих кристаллов в отсутствие поля. На это же свойство указывал и Ритус [21] применительно к релятивистской реакции фоторождения электрон-позитронных пар во внешнем скрещенном поле ($\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$, $E = H$). Кроме того, в работе [20] способ устранения вышеупомянутых расходимостей в магнитном поле связывался с учетом кулоновского взаимодействия заряженных частиц.

Таким образом, регуляризующая роль электрического поля проявляется в достаточно широком наборе фотопроцессов и сохраняется при различной зависимости $\mathbf{E}$ от координат. Отметим также, что если "выключать" магнитное поле, сохраняя электрическое, то никаких нефизических особенностей не возникает [14].

3. $E \gg E_k$, $H \le H_k$ или $\varepsilon \gg 1$, $h \le 1$. Здесь мы имеем сильное электрическое поле при умеренном магнитном. Важно отметить, что поле может оказаться сильным не только из-за большой амплитуды, но и в силу малости энерговыделения в реакции (см. пояснение к (3)). Другими словами, в окрестности порога любое поле является "сильным" [10]. Из (1) в этом пределе независимо от спина и знака энерговыделения (ср. [15, 16]) получаем:

$$\Pi \approx \Pi_0 \cdot \frac{1}{2\pi^{1/2}} \left(\frac{3}{2}\right)^{1/3} \Gamma\left(\frac{5}{6}\right) \left(-\frac{1}{3^{1/2}} + i\right) \varepsilon^{1/3} \approx$$

$$\approx 0.365\Pi_0 \left(-\frac{1}{3^{1/2}} + i\right) \varepsilon^{1/3}. \qquad (15)$$

Поглощение в этом случае сильное:

$$q \approx \frac{3^{5/12}}{2^{2/3}\pi^{1/4}} \Gamma^{1/2}\left(\frac{5}{6}\right) q_0^{1/2} (1+q_0^2)^{1/4} \varepsilon^{1/6} \approx$$

$$\approx 0.795 q_0^{1/2} (1+q_0^2)^{1/4} \varepsilon^{1/6}, \qquad (16)$$

и определение коэффициента преломления не имеет смысла.

В заключение заметим, что в монографии [9] утверждается, что в скрещенном поле фотопоглощение с ростом электрического поля E экспоненциально подавлено. Этот вывод сделан из упомянутого вначале представления коэффициента поглощения в виде двойного ряда по полиномам Лаггера. Полученные нами результаты свидетельствует об обратном. Кроме того, как отмечает сам автор (см. [9], стр. 452), такое утверждение противоречит формулам Келдыша–Франца, многократно проверенным экспериментально. В развиваемом нами подходе выключение внешнего магнитного поля и переход к соотношениям Келдыша–Франца не требуют дополнительных преобразований (см. также [14]). В случае сильного магнитного поля $h \gg 1$ зависимость ПО от спина частиц наиболее существенна и требует отдельного рассмотрения.

Авторы благодарны участникам семинара И.М.Тернова за полезные дискуссии. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант # 02-02-16784).

1. А. И. Никишов, В. И. Ритус, ЖЭТФ **46**, 776; 1768 (1964).
2. A. E. Shabad, Ann. Phys. (N.Y.) **90**, 166 (1975).

3. Н. В. Михеев, М. В. Чистяков, Письма в ЖЭТФ **73**, 726 (2001).
4. А. Е. Лобанов, А. Р. Муратов, ЖЭТФ **96**, 669 (2003).
5. В. М. Агранович, В. Л. Гинзбург, *Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов*, М.: Наука, 1979.
6. Л. И. Коровина, А. Е. Шабад, ЖЭТФ **67**, 1032 (1974).
7. А. Е. Шабад, Труды ФИАН **192**, 5 (1988).
8. И. М. Тернов, В. Р. Халилов, В. Н. Родионов, *Взаимодействие заряженных частиц с сильным электромагнитным полем*, М.: МГУ, 1982.
9. А. И. Ансельм, *Введение в теорию полупроводников*, М.: Наука, 1978.
10. В. Н. Родионов, ЖЭТФ **113**, 23 (1998).
11. Л. В. Келдыш, ЖЭТФ **47**, 1945 (1964).
12. I. J. Berson, J. Phys. B: Atom. Molec. Phys. **8**, 3078 (1975).
13. В. С. Попов, Б. М. Карнаков, В. Д. Мур, ЖЭТФ **113**, 1579 (1998).
14. В. Н. Родионов, А. М. Мандель, Вестник МГУ, Физика, астрономия *3*, 25 (2001).
15. В. Н. Родионов, Г. А. Кравцова, А. М. Мандель, Письма в ЖЭТФ **75**, 435 (2002).
16. В. Н. Родионов, Г. А. Кравцова, А. М. Мандель, Вестник МГУ, Физика, астрономия *5*, 6 (2002).
17. В. Г. Кадышевский, В. Н. Родионов, Г. А. Кравцова, А. М. Мандель, ТМФ **134**, 227 (2002).
18. D. E. Aspnes, Phys. Rev. **147**, 554 (1966).
19. В. Н. Родионов, Г. А. Кравцова, А. М. Мандель, ДАН **386**, 753 (2002).
20. А. Е. Лобанов, А. Р. Муратов, ЖЭТФ **87**, 1140 (1984).
21. А. И. Никишов, В. И. Ритус, Труды ФИАН **111**, 84 (1979).