Письма в ЖЭТФ, том 29, вып. 2, стр. 159 – 162 20 января 1979 г.

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ СФЕРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ ЭДК

Ю.А.Бычков , С.В.Иорданский

В рамках гидродинамического подхода исследована устойчивость электронно-дырочной капли (ЭДК) относительно изменения формы с учетом поверхностного натяжения и упругих напряжений.

Как следует из эксперимента, размеры капель электронно-дырочной жидкости (ЭДЖ) в полупроводнике, облучаемом лазером, не превышают обычно 10^{-3} см. Бо́льшие капли создаются в местах концентрации специально создаваемых упругих напряжений. Для объяснения этого факта выдвигался ряд гипотез, в частности, предположение о "фононном ветре" [1], однако, на сегодня нет четко проверенной теории. В настоящей заметке исследуется вопрос об устойчивости сферических капель, в качестве одного из возможных механизмов, ограничивающих их размер, в гидродинамическом приближении.

Мы будем предполагать трение газа экситонов и ЭДЖ о решетку (из-за фононов или примесей) достаточно большим. Поэтому, пренебрегая нелинейными членами и сжимаемостью ЭДЖ, получим уравнение внутри капли

$$\rho_Ж \frac{\partial \mathbf{v}_Ж}{\partial t} + \frac{\rho_Ж \mathbf{v}_Ж}{\tau_Ж} = - \nabla p_Ж - n_Ж \nabla U, \qquad \operatorname{div} \mathbf{v}_Ж = - \frac{1}{\tau_0} . \tag{1}$$

Здесь $\mathbf{v}$ – скорость, ρ – плотность, p – давление, n – плотность числа частиц ЭДЖ, U – потенциальная энергия упругих напряжений, предполагаемая изотропной, τ_0 – время рекомбинации, $\tau_Ж$ – время потери импульса в ЭДЖ. Аналогично, в паре экситонов:

$$\begin{gathered} \rho_П \frac{\partial \mathbf{v}_П}{\partial t} + \frac{\rho_П \mathbf{v}_П}{\tau_П} = - \nabla p_П - \frac{p_П}{T} \nabla U, \\ \frac{\partial \rho_П}{\partial t} + \operatorname{div} \rho_П \mathbf{v}_П = 0, \quad p_П = \frac{\rho_П}{\mu} T. \end{gathered} \tag{2}$$

Здесь, также, выброшен нелинейный член $(\mathbf{v} \nabla)\mathbf{v}$ и предполагается справедливым уравнение Клапейрона, μ – масса экситона. Температуру экситонов T в том же приближении можно считать равной температуре решетки.

Граничные условия к этим уравнениям состоят в: а) постоянстве давления пересыщенного экситонного пара p_∞ вдали от капли, создаваемого лазером, б) равенстве давления на границе капли давлению насыщенных паров с учетом кривизны поверхности [2] (R_1 и R_2 – главные радиусы кривизны, σ – поверхностное натяжение)

$$p_{\text{П}}|_S = p_o(T), \qquad p_{\text{Ж}}|_S = p_o(T) + \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

в) непрерывности нормальных потоков массы на поверхности капли с учетом ее движения.

Система уравнений (1 – 2) при принятых граничных условиях имеет стационарное сферически симметричное решение:

$$p^{\circ}_{\text{П}} = p_o(T)e^{-U/T} + \frac{\rho_{\text{Ж}} R_o^3}{3\tau_{\text{П}}\tau_o} e^{-U/T} \int_{R_o}^{r} \frac{1}{r^2} e^{U/T} dr,$$

$$p^{\circ}_{\text{Ж}} = -n_{\text{Ж}} U + \frac{\rho_{\text{Ж}} r^2}{6\tau_o \tau_{\text{Ж}}} + \text{const}, \tag{3}$$

причем, радиус капли определяется из уравнения

$$p_{\infty} - p_o(T) = \frac{\rho_{\text{Ж}} R_o^3}{\tau_{\text{Ж}} \tau_o} \int_{R_o}^{\infty} \frac{1}{r^2} e^{U/T} dr .$$

При исследовании устойчивости этого решения мы положим

$$p = p^{\circ}(r) + \sum_{l,m} \exp(\lambda_{lm} t) Y_{lm}(\theta, \phi) p_{lm}(r),$$

причем, форма капли задается уравнением

$$R = R_o + \sum_{lm} \exp(\lambda_{lm} t) Y_{lm}(\theta, \phi) \zeta_{lm} .$$

В сферических координатах переменные разделяются (Y_{lm} – сферические функции) и линеаризованные уравнения имеют вид

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \left(\frac{\partial p_{lm}}{\partial r} + \frac{p_{lm}}{T} \frac{\partial U}{\partial r}\right) - \frac{l(l+1)}{r^2} p_{lm} = 0 \tag{4}$$

в паре, и аналогичное уравнение с $U = 0$ в ЭДЖ. Граничные условия запишутся в форме

$$\left(p_{lm} + \frac{\partial p^{\circ}}{\partial r} \zeta_{lm}\right)_{R_o + 0} = 0, \left(p_{lm} + \frac{\partial p^{\circ}}{\partial r} \zeta_{lm}\right)_{R_o - 0} = \frac{\sigma(l-1)(l+2)}{R_o^2} \zeta_{lm} .$$

$$p_{lm}|_{r \to \infty} = 0 \tag{5}$$

$$\left[-r_{ж}\frac{\partial p_{lm}}{\partial r}+\frac{\partial(\rho_{ж}v_{ж})^{\circ}}{\partial r}\zeta_{lm}\right]_{R_{о}-0}-\rho_{ж}\lambda\zeta_{lm}=\left[-r_{п}\left(\frac{\partial p_{lm}}{\partial r}+\frac{p_{lm}}{T}\frac{\partial U}{\partial r}\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{\partial(\rho_{п}v_{п})^{\circ}}{\partial r}\zeta_{lm}\right]_{R_{о}+0}. \qquad (5)$$

Мы использовали известное выражение для $\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$ на поверхности близкой к сферической (см., например [3]). В уравнения (4 – 5) не входит величина m, так что собственные числа λ_{lm} не зависят от m и являются $2l+1$ кратно вырожденными. Мы пренебрегали членами с λ, соответствующими учету сжимаемости в предположении $\lambda << {}^{r_{п}T}/_{\mu R^2}$. Линеаризованные уравнения легко решаются при $U=0$ и мы приведем соответствующее выражение для λ_l

$$\lambda_l=(l-1)\left[\frac{2}{3r_{о}}-\frac{\sigma r_{ж}}{\rho_{ж}R_{о}^3}\,l(l+2)\right].$$

Таким образом, критерий устойчивости имеет вид:

$$R_{о}\leqslant R_c=\left(\frac{12\,r_{ж}r_{о}\,\sigma}{\rho_{ж}}\right)^{1/3}.$$

Как и следовало ожидать, неустойчивость впервые наступает при $l=2$. Согласно имеющимся данным для германия [4] $\sigma\approx 10^{-4}$, $r_{о}\sim 10^{-5}$, $r_{ж}\sim 10^{-9}$, $n_{ж}\approx 10^{17}$ (CGS), следовательно $R_c\sim 10^{-3}$ см. Отметим, что эти данные являются весьма ориентировочными. Из-за вырождения по m нельзя сказать из общих соображений, будут ли близкие несферические стационарные формы капли при малых λ, или капля начинает сразу дробиться (жесткое возбуждение).

Несколько сложнее исследование случая $U\neq 0$. Вообще λ_l можно определить только путем численного интегрирования. Мы рассмотрели модель, в которой предполагается, что ${}^{rU'}/_{T}>>1$, $r<r_1$ и ${}^{rU'}/_{T}<<1$, $r>r_1>R_{о}$. Принятая модель позволяет найти аналитическое выражение для решения уравнений в паре экситонов, представляющих основную трудность [5]. При этом выражение для возмущения давления пара имеет вид

$$p_l=\frac{C}{r^{l+1}}\;,\quad r>r_1;\quad p_l=Ae^{-U/T}+\frac{BT}{r^2U'}\;,\quad r<r_1.$$

Величины A и B являются медленно меняющимися функциями.

Опуская несложные выкладки, приведем выражение для инкремента:

$$\lambda_l = \frac{l-3}{3\tau_0} - l\frac{\partial U}{\partial R_0}\frac{n_ж \tau_ж}{\rho_ж R_0}$$

(опущены малые члены по параметрам $T/_{U'R}$, $\rho_п/_{\rho_ж}$). Условие устойчивости имеет вид:

$$\frac{\partial U}{\partial R_0} > \frac{\rho_ж}{n_ж}\frac{R_0}{\tau_0 \tau_ж} \; .$$

Отметим, что теперь в случае неустойчивости начинают расти возмущения с большими $l > 3$, причем тем быстрее, чем выше номер (в пренебрежении поверхностным натяжением), что, по-видимому, сразу приведет к дроблению капли .

Физическая природа найденной неустойчивости связана с тем, что на поверхности капли в местах с бо́льшей кривизной образуются большие градиенты концентрации экситонов, которые приводят к большим диффузионным потокам. Большие диффузионные потоки приводят к продвижению поверхности капли навстречу этим потокам, еще более увеличивая первоначальную кривизну.

В заключение отметим, что хотя нет полной уверенности, что реальные размеры капель действительно связаны с предложенным механизмом неустойчивости, само его наличие должно играть роль в различных более точных теориях строения и образования ЭДК.

Авторы выражают глубокую благодарность Э.И.Рашба за плодотворную дискуссию.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау

Поступила в редакцию
25 декабря 1978 г.

Литература

[1] В.С.Багаев, Л.В.Келдыш, Н.Н.Сибельдин, В.Цветков. ЖЭТФ, 70, 702, 1976.

[2] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Статистическая физика. М., изд. Наука, 1976.

[3] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Механика сплошных сред. М., ГИТТЛ, 1954.

[4] R.S.Markiewicz. Phys. Rev., B17, 4788, 1978.

[5] Ю.А.Бычков, С.В.Иорданский. ФНТ (в печати).