

К ТЕОРИИ ЯДЕРНОГО СДВИГА УРОВНЕЙ ПРОТОН-АНТИПРОТОННОГО АТОМА

А.Е.Кудрявцев, В.С.Попов

Получена формула, выражающая сдвиги кулоновских уровней адронных атомов через длину рассеяния на ядерном потенциале (без предположения о малости сдвига). Экспериментальные данные по сдвигу $1s$ -уровня $p\bar{p}$ -атома указывают на возможность существования в системе $p\bar{p}$ связанного состояния с энергией связи $\epsilon \approx 0,9$ мэВ и шириной $\Gamma \lesssim 200$ кэВ.

Как известно, за счет ядерного взаимодействия кулоновские уровни атомов испытывают сдвиг и приобретают ширину. Если сдвиг уровня

ΔE_{nl} мал, то применима теория возмущений [1, 2]:

$$\Delta E_{nl} = \frac{2(n+l)!}{(l!)^2 (n-l-1)! n^{2l+4}} a_l, \quad (1)$$

где a_l — длина рассеяния на ядерном потенциале V_{st} (используется кулоновская система единиц: $\hbar = e = m = 1$, m — приведенная масса). Когда в потенциале V_{st} имеется близкий к нулю реальный или виртуальный уровень, то длина рассеяния становится большой и пользоваться формулой (1) нельзя. В момент возникновения уровня в V_{st} возникает явление перестройки атомного спектра [3, 4] (аналогичное поведение s - и p -уровней было обнаружено [5] вблизи критического заряда ядра, отвечающего вхождению уровня $1s$ в нижний континуум).

Получим формулу для сдвигов кулоновских уровней, справедливую вне рамок теории возмущений и описывающую явление перестройки. Для этого используем условие $r_0 \ll a_B$, где $a_B = \hbar^2/m_e^2 = 1$ — боровский радиус, $r_0 = \mu^{-1} \ln [(\mu/2m_N)^2 g^2/e^2] \approx 3,4\Phi$ — точка, в которой потенциал V_{st} сравнивается с кулоновским (μ и m_N — массы π -мезона и нуклона). В области $r \gg r_0$ решение уравнения Шредингера, убывающее на бесконечности, выражается через функцию Уиттекера $W_{1/\lambda, l+1/2}(2\lambda r)$. Разлагая ее при $r \rightarrow 0$ и сшивая в точке $r = r_0$ с логарифмической производной ядерной волновой функции $\xi = r \frac{d}{dr} \ln(rR)|_{r=r_0}$, получаем в случае s -уровней¹⁾:

$$1/a_s = 2[\psi(1-\lambda^{-1}) + \lambda/2 + (1+4r_0) \ln \lambda + (1-4r_0) \ln r_0 + c_0]. \quad (2)$$

Здесь $E = -\lambda^2/2$ — энергия уровня, $\psi(z) = \Gamma'(z)/\Gamma(z)$, $c_0 = 2\gamma + \ln 2 = 1,848$ (γ — постоянная Эйлера). При получении (2) используется связь длины рассеяния a_l с параметрами ξ и r_0 :

$$a_l = a_l^{(o)} \frac{\xi - (l+1)}{\xi + l}, \quad a_l^{(o)} = \frac{2^{2l} (l!)^2}{(2l)! (2l+1)!} r_0^{2l+1} \quad (3)$$

и отброшены члены порядка r_0/a_B .

График функции (2) изображен на рис. 1. Спектр уровней атома определяется точками пересечения этого графика с линией $a_l = \text{const}$. Подчеркнем, что уравнение (2) справедливо и при комплексной a_s и описывает сдвиги уровней как в области применимости теории возмуще-

¹⁾ В силу специфики разложения функции Уиттекера при $r \rightarrow 0$, выкладки при $l = 0$ и $l \geq 1$ несколько отличаются. Формула для случая $l \geq 1$ приведена ниже — см. (5).

ний по амплитуде рассеяния (см. формулу (1)), так и в области перестройки атомного спектра. Для получения (1) из (2) следует учесть, что в случае $|a_s| \ll 1$ мы находимся вблизи полюса ψ -функции: $\lambda = 1/(n + -\nu)$, $\nu \rightarrow 0$. Учитывая разложение $\psi(1 - n - \nu) = \nu^{-1} + \psi(n) + O(\nu)$, имеем:

$$a_s \approx \frac{\nu}{2(1 - A_n \nu)}, \quad \Delta E_{n_0} = \frac{1}{2n^2} \left[1 - \left(1 + \frac{2a_s}{n(1 + 2A_n a_s)} \right)^{-2} \right] \approx \frac{2}{n^3} a_s,$$

что согласуется с (1). Однако, такое приближение справедливо лишь при $|\nu| \ll 1/A_n$, где $A_n = \ln(n/r_0) - \psi(n) - 1/2n - c_0$. Из-за большого логарифма ($\ln 1/r_0 \gg 1$) область применимости приближения (1) оказывается довольно узкой.

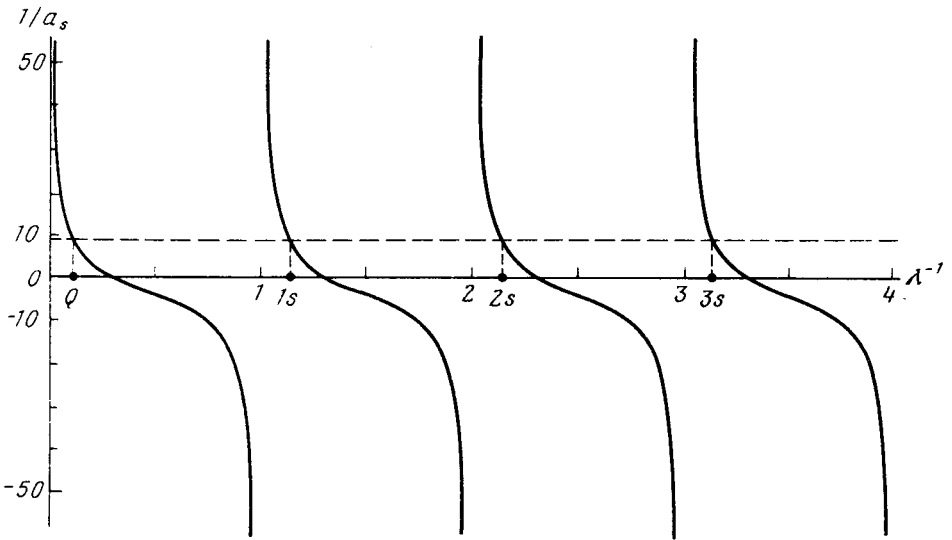


Рис. 1. Зависимость $1/a_s$ от λ^{-1} согласно уравнению (2) при $r_0/a_B = 0,05$. На рисунке также показано положение кулоновских уровней ns и квазиядерного уровня Q (см. [4]), отвечающее сдвигу $1s$ -уровня, измеренному в работе [6]

Согласно (2), при $a_s = 0$ имеем: $\lambda = 1/n$, $E_n = E_n^C \equiv -1/2n^2$ — спектр чисто кулоновский. Предельному случаю $a_s = \infty$ отвечает полная перестройка атомного спектра, когда его отличие от кулоновского наиболее заметно (см. рис. 2). Хотя в (2) фигурирует точка сшивания r_0 , энергии кулоновских уровней зависят от r_0 логарифмически, поэтому неопределенность в значении r_0 не существенна (см. рис. 3). Более заметна зависимость от r_0 для "квазиядерного" уровня Q , энергия связи которого существенно превышает кулоновскую единицу энергии $me^4/\hbar^2 = 25,0$ кэВ.

Уравнение (2) позволяет, по известному сдвигу и ширине одного из s -уровней, вычислить положение и ширину остальных s -уровней атома, а также длину рассеяния a_s . Используя результаты [6] измерения

сдвига основного уровня $p\bar{p}$ -атома ($\Delta E_{1s} = 3,02 \pm 0,06$ кэВ, $\Gamma \lesssim 200$ эВ), получаем:

$$a_{p\bar{p}} = (6,66 - i0,37) \Phi \quad (4)$$

с ошибкой порядка 0,3 Φ в вещественной части длины рассеяния¹⁾. Отсюда следует, что в данном спиновом состоянии ($S = 0$ или 1) в системе $p\bar{p}$ сечение упругого рассеяния при нулевой энергии $\sigma_{el} = 4\pi |a_{p\bar{p}}|^2 = 5,6$ бн, а для сечения аннигиляции получаем²⁾ $\lim_{v \rightarrow 0} v \sigma_a = 19,5$ мбн. Заме-

тим, что формула теории возмущений (1) дает: $a_{p\bar{p}} = (3,48 - i0,12) \Phi$, что существенно отличается от (4).

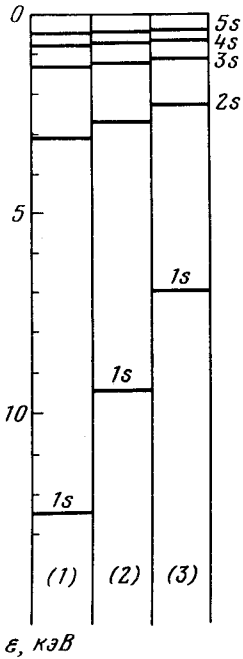


Рис. 2. Атомный спектр $p\bar{p}$ -атома при трех значениях длины s -рассеяния ($\epsilon = -E$ — энергия связи): 1 — при $a_s = 0$; 2 — $a_s = 6,6 \Phi$; 3 — $a_s = \infty$

Из рис. 1 видно, что в системе $p\bar{p}$, помимо атомных уровней, существует ядерный s -уровень Q . С помощью (2) находим его энергию связи $\epsilon = 870$ кэВ и ширину $\Gamma = 145$ кэВ. Оценка по формуле нулевого радиуса действия сил, с использованием значения (4) для $a_{p\bar{p}}$, дает близкие результаты: $\epsilon = 930$ кэВ, $\Gamma = 210$ кэВ. Таким образом, если данные

¹⁾ Положительный сдвиг ΔE_{1s} впервые был получен в работе [7] с помощью численного решения уравнения Шредингера с потенциалом ОБЕР.

²⁾ Так как в работе [6] получено лишь ограничение сверху для ширины Γ , то приведенные здесь значения $\text{Im} a_{p\bar{p}}$ и $v \sigma_a$ также представляют собой верхние границы для этих величин.

эксперимента [6] правильны, то в системе $p\bar{p}$ должен существовать квазядерный мезон [4] с массой 1875,5 МэВ, шириной $\Gamma \lesssim 200$ кэВ и спином 0 или 1.

Для состояний с орбитальным моментом $l \neq 0$ получаем:

$$\phi_l(\lambda) [\psi(l+1 - \lambda^{-1}) - \ln \lambda r_0] = a_l^{-1} + \tilde{a}_l^{-1} + \dots, \quad (5)$$

где

$$\tilde{a}_l = \frac{2^{2l-1} (l!)^2}{(2l)!(2l-1)!} r_0^{2l}, \quad \phi_l(\lambda) = \frac{2\lambda^{2l+1} \Gamma(l+1 + \lambda^{-1})}{(l!)^2 \Gamma(\lambda^{-1} - l)}.$$

График левой части (5) в области $l < \lambda^{-1} < \infty$ аналогичен рис.1. В правой части член $1/\tilde{a}_l$ является, вообще говоря, поправкой $\sim r_0$ к слагаемому $1/a_s$. Однако, эта поправка существенна при $\xi \approx -l$, т.е. в области перестройки спектра. Эта область определяется условием $|\xi + l| \lesssim (r_0/a_B)^{2l+1}$ и тем более узка, чем больше l . За ее пределами $\psi(l+1 - \lambda^{-1})$ близка к полюсу, и (5) переходит в (1).

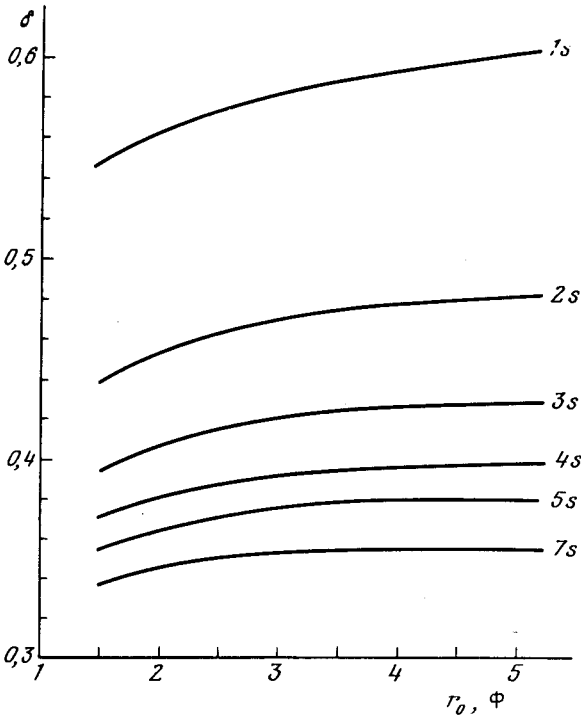


Рис.3. Зависимость сдвига уровней ΔE_{n_0} при $a_s = \infty$ от параметра r_0 : величина $\delta = \Delta E_{n_0} / (E_{n+1}^C - E_n^C)$ для кулоновских уровней ns

Аналогичное рассмотрение можно провести для релятивистской кулоновской задачи, когда параметр $\zeta = Ze^2 \approx Z/137$ не мал. Уравнения Клейна – Гордона или Дирака при $r > r_N$ решаются точно. Сшивание

с внутренним решением на краю ядра дает уравнение для спектра уровней, исследование которого (с учетом $r_N \ll \chi_e = \hbar/m_e c$) приводит к следующим выводам.

1) Формулы типа (2), (5) даже при $|\nu| \ll 1$ не совпадают с теорией возмущений. Это связано с тем, что обрезание кулоновского потенциала $V(r) = -\zeta/r$ внутри ядра ($0 < r < r_N$) качественно меняет поведение волновых функций на малых расстояниях: $G \sim r^\gamma$ заменяется на $G \sim r^{j+1/2}$, где $\gamma = [(j+1/2)^2 - \zeta^2]^{1/2}$. При $Z = 92$ расхождение между релятивистскими аналогами формул (1) и (2) составляет $\approx 50\%$ для уровня $1s$. Это следует иметь в виду при расчетах π - и μ -атомов с большими Z , где имеются прецезионные измерения спектра уровней.

2) Ширина области перестройки кулоновского спектра составляет $\Delta\xi \sim (r_N/\chi_e)^2 \gamma$ и увеличивается с ростом Z . При $\zeta_{cr} - \zeta \sim [\ln(\chi_e/r_N)]^{-2}$ степенная малость $\Delta\xi$ исчезает, и ситуация становится логарифмической. Согласно [5], перестройка спектра сверхтяжелого атома при опускании уровня в нижний континуум происходит в интервале $|\zeta - \zeta_{cr}| \sim [\ln(\chi_e/r_N)]^{-2}$. Таким образом, увеличение заряда ядра делает эффект перестройки спектра менее резким.

Авторы благодарны О.Д.Далькарову, В.Е.Маркушину, Ю. А.Симонову и в особенности И.С. Шапиро за интересные обсуждения результатов работы и ряд полезных замечаний.

Институт теоретической
и экспериментальной физики

Поступила в редакцию
31 января 1979 г.

Литература

- [1] S.Deser, M.L.Goldberger, K.Baumann, W.Thirring. Phys. Rev., **86**, 774, 1954.
- [2] G.Backenstoss. Pionic Atoms, Ann. Rev. Nucl. Sci., **20**, 467, 1970.
- [3] А.Е.Кудрявцев, В.Е. Маркушин, И.С.Шапиро. ЖЭТФ, **74**, 432, 1978.
- [4] И.С.Шапиро. УФН, **125**, 577, 1978; Phys. Rep., **35**, 129, 1978.
- [5] В.С.Попов. ЖЭТФ, **60**, 1228, 1971.
- [6] M.Izycki, G.Backenstoss et. al. Results on the measurement of K-series X-rays from antiprotonic hydrogen, Paper contributed to the 4-th European Antiproton Symposium. Barr, France, 26 - 30 June 1978. CERN, Geneva, 1978.
- [7] О.Д.Далькаров, В.М.Самойлов. Письма в ЖЭТФ, **16**, 249, 1972.