

РЕЗОНАНСНОЕ РАССЕЯНИЕ БЫСТРЫХ ЭЛЕКТРОНОВ В МОНОКРИСТАЛЛЕ

Н.П.Калашников, Г.В.Ковалев

Показано, что на протяженном потенциале имеет место эффект резонансного рассеяния быстрых ($pL \gg pR \gg 1$, p — импульс частицы, L , R — продольный и поперечный размеры потенциала) заряженных частиц. На основании рассмотренного явления интерпретированы результаты по малоугловому рассеянию быстрых электронов в кристалле.

Принято считать, что явление резонансного рассеяния в упругих столкновениях имеет место для медленных частиц $pR \ll 1$ [1]. Однако, как будет показано ниже, резонансы в упругом рассеянии могут присутствовать и для быстрых частиц, т. е. тогда, когда $pR \gg 1$, если частица рассеивается на протяженном притягивающем потенциале. Физически это явление состоит в том, что в поперечном сечении протяженного притягивающего потенциала имеются связанные и квазисвязанные состояния, и, следовательно, поперечная компонента падающей волны быстрой частицы может испытывать резонансное рассеяние на этих состояниях. В этом случае необходимым требованием является требование "медленности" поперечного движения частицы, т. е. $p_{\perp}R \ll 1$. Это накладывает ограничение на угол влета частицы $\theta_0 \ll 1/pR$.

Рассмотрим рассеяние на потенциале струны имеющем вид прямоугольной ямы (рис. 1)

$$U(\vec{\rho}, z) = \begin{cases} -V_0 & \text{при } \rho < R, & 0 < z < L \\ 0 & \text{при } \rho > R & z < 0, z > L \end{cases} \quad (1)$$

L — длина струны, $2R$ — ее поперечный размер ($L \gg 2R$). Пусть быстрая частица $pL \gg pR \gg 1$ влетает почти параллельно оси z под углом θ_0 . Тогда из условий шивки волновой функции частицы на границе $z = 0$ и $z = L$ и асимптотического поведения на бесконечности получаем амплитуду рассеяния [2]

$$f(\theta, \phi) = \frac{p}{2\pi i} \sum Q_{p_{\perp}i}(\alpha, m) Q_{p_{\perp}f}^*(\alpha, m) \left[\exp i \frac{\alpha - p_{\perp}^2 f}{2p} L - 1 \right], \quad (2)$$

где

$$Q_{p_{\perp}}(\alpha, m) = \int d^2\vec{\rho} Z_{\alpha, m}(\vec{\rho}) \exp(i p_{\perp} \vec{\rho})$$

— амплитуда перехода из состояния плоской волны с импульсом p_{\perp} в собственное состояние $Z_{\alpha, m}(\vec{\rho})$ поперечного движения в потенциале (1); по промежуточным состояниям с поперечной энергией $\epsilon(\alpha, m) =$

$= a/2\rho$ и моментом m проводится суммирование. Для вычисления полного сечения воспользуемся оптической теоремой $\sigma = \frac{4\pi}{p} \text{Im}f(\theta_0, \phi_0)$.

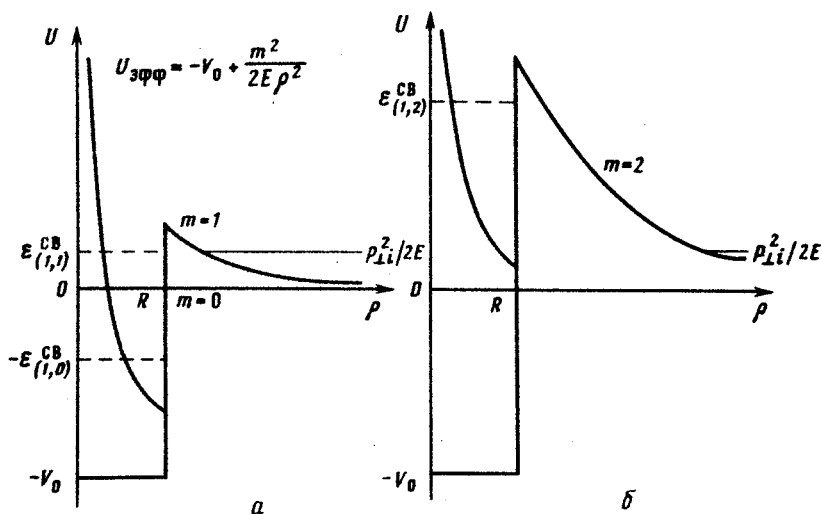


Рис. 1. Поперечное сечение потенциала струны. Эффективный потенциал и связанные состояния для парциальных волн с азимутальным моментом: а - $m = 0$, б - $m = 2$

Получаем

$$\sigma = 4 \sum |Q_{P_{\perp i}}(\alpha, m)|^2 \sin^2 \frac{\alpha - p_{\perp i}^2 L}{4p} \quad (3)$$

Ранее было показано [3], что при рассеянии быстрой частицы на достаточно протяженном потенциале ($L \gg pR^2$) эффективный угол рассеяния становится крайне малым $\theta_{\text{эфф}} \sim 1/\sqrt{pL}$, а соответствующий ему эффективный прицельный параметр крайне большим $\rho_{\text{эфф}} \sim 1/p\theta_{\text{эфф}} \sim \sqrt{L/p}$. Частица с азимутальным моментом m проходит от струны на расстоянии $\sim m/p_{\perp i}$, и, следовательно, рассеивается потенциалом (1), если это расстояние меньше эффективного прицельного параметра

$$\frac{m}{p_{\perp i}} \leq \rho_{\text{эфф}} = \sqrt{\frac{L}{p}} \quad (4)$$

Если $\frac{1}{p_{\perp i}} > \sqrt{\frac{L}{p}}$ ($\theta_0 < \frac{1}{\sqrt{pL}}$), то рассеиваться будет только волна с $m = 0$. В этом случае сечение рассеивания (3), проинтегрированное и просуммированное по промежуточным состояниям имеет следующий вид:

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{2}{\pi} \sum \frac{|\epsilon^{CB}(n, 0)|}{p} \frac{\sin^2 \left[|\epsilon^{CB}(n, 0)| + \frac{p_{\perp i}^2}{2p} \right] \frac{L}{2}}{\left[|\epsilon^{CB}(n, 0)|^2 + \frac{p_{\perp i}^2}{2p} \right]^2}, \quad (5)$$

где $\sigma_0 \sim \frac{2}{\pi} \frac{L}{p}$ — сечение рассеяния от непрерывного спектра с $m = 0$, вычисленное ранее [3], а второй член определяется наличием связанных состояний ($\epsilon^{CB}(n, 0) < 0$) в поперечном потенциале притягивающей струны. Нетрудно видеть, что основной вклад в сечение рассеяния вносят связанные состояния отстоящие от края ямы на расстоянии $\sim 1/L$. При этом сечение рассеяния имеет узкий пик шириною $\sim 1/\sqrt{pL}$ вблизи нулевого угла влета.

Пусть теперь угол влета $1/\sqrt{pL} < \theta_0 \ll 1/pR$. Эффективное число волн, участвующих в рассеянии в этом случае, определяется неравенством (4). Из соотношения (5) следует, что связанными состояниями ($\epsilon^{CB}(n, m) < 0$) можно пренебречь. Однако для парциальных волн с $m > 0$ из-за наличия центробежного барьера $m^2/2ER^2$ в эффективном потенциале возникают квазисвязанные состояния с $\epsilon^{CB}(n, m) > 0$ (рис. 1). Предполагая барьер бесконечно высоким и заменяя эффективную яму прямоугольной, имеем

$$\epsilon^{CB}(n, m) = \frac{\pi^2}{2ER^2} n^2 + \frac{m^2}{2ER^2} - V_0. \quad (6)$$

Принимая во внимание конечную глубину эффективной ямы ($\sim V_0$), нетрудно вычислить число квазисвязанных состояний соответствующих азимутальному моменту m

$$n_{max}^2 = 2EV_0 R^2 / \pi^2. \quad (7)$$

Видно, что n_{max} не зависит от m и определяется параметрами ямы и полной энергией частицы. В области энергии $E < \pi^2/2R^2V_0$ (для кремния $E \lesssim 20$ МэВ) для любого m имеется только одно квазисвязанное состояние $\epsilon^{CB}(1, m)$. При этом из (6) следует, что $\epsilon^{CB}(1, m) > 0$. Кроме того, всегда имеем $\epsilon(n, m) > \epsilon(n, m-1)$ (рис. 1, б). Если теперь поперечная энергия совпадает с энергией некоторого квазисвязанного состояния (рис. 1, а).

$$\frac{p_{\perp i}^2}{2E} = \frac{\pi^2}{2ER^2} n^2 + \frac{m^2}{2ER^2} - V_0, \quad (8)$$

то имеет место резонансное рассеяние. Сечение рассеяния получается из выражения (3) интегрированием по непрерывному спектру от 0 до ∞ , и будет в этом случае иметь вид типа Брейта — Вигнера

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{2}{\pi} \frac{L}{p} \frac{\frac{1}{4} \Gamma^2}{(\theta_0 - \theta_{0, \text{рез}})^2 + \frac{1}{4} \Gamma^2}, \quad (9)$$

где σ_0 — сечение рассеяния вдали от резонанса. $\theta_{0, \text{рез}}$ нетрудно получить из соотношения (8)

$$\theta_{0, \text{рез}} = \left(\frac{\pi^2 n^2 + m^2}{E^2 R^2} - 2 \frac{V_0}{E} \right)^{1/2}. \quad (10)$$

Учет конечной величины центробежного барьера с помощью обычных квазиклассических рассмотрений [1] дает следующую величину угловой ширины резонанса

$$\Gamma \sim \theta_0 \text{рез} \exp - |2EV_0 R^2 - \pi^2 n^2|^{1/2}. \quad (11)$$

Если фиксировать угол влета и менять энергию частицы, то из (8), (9) и (11) следует

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{2}{\pi} \frac{L}{p} \frac{\frac{1}{4} \Gamma^2}{(E - E_{\text{рез}})^2 + \frac{1}{4} \Gamma^2}; \quad \Gamma \sim E_{\text{рез}} \exp - |2E_{\text{рез}} V_0 R^2 - \pi^2 n^2|^{1/2};$$

$$E_{\text{рез}} = \theta_0^{-2} \{ 2V_0 + [4V_0^2 + 4\theta_0^2 R^{-2} (\pi^2 n^2 + m^2)]^{1/2} \}. \quad (12)$$

Указанные резонансы можно наблюдать в кристалле, когда быстрая частица влетает под малым углом к кристаллографической оси. В этом случае продольный передаваемый импульс становится крайне малым $q_{\parallel} \sim 1/pR^2$ и волновая функция частицы нечувствительна к деталям поведения потенциала на расстояниях порядка межатомных и определяется некоторым усредненным вдоль цепочки потенциалом [2].

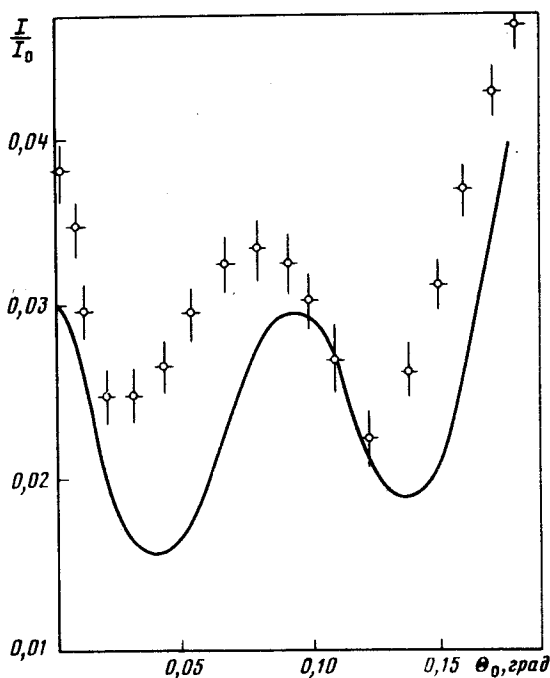


Рис. 2. Интенсивность рассеянных 15 МэВ электронов в кристалле кремния толщиной 1,4 мкм в зависимости от угла влета θ_0 по отношению к направлению оси $\langle 111 \rangle$. I_0 — интенсивность падающих частиц. Экспериментальные точки взяты из работы [4], сплошной линией обозначена расчетная теоретическая кривая

В работе [4] наблюдалось рассеяние электронов с энергией 15 МэВ в кристалле Si толщиной 1,4 мкм вдоль оси $\langle 111 \rangle$. На рис. 2 приведена малоугловая зависимость интенсивности рассеянных частиц от угла влета по отношению к кристаллографической оси $\langle 111 \rangle$. Эта зависимость не может быть объяснена в рамках обычной двухволновой

дифракционной теории и с помощью классического струнного рассеяния [5]. С точки зрения рассмотренного выше очень узкий пик вблизи нулевого угла влета обязан истинным связанным состояниям, при этом его ширина $\sim 1/\sqrt{\rho L} \approx 0,02^\circ$ очень близка экспериментально наблюдаемой. Широкий боковой пик определяется рассеянием на квазисвязанном состоянии с $n = 1$ и $m = 1$. Из (10) и (11) для параметров Si $R^{-1} = me^2 Z^{1/3} = 9,7 \cdot 10^3$ эВ, $V_0 = 23$ эВ получаем $\theta_{\text{рез}} \approx 0,1^\circ$, а $\Gamma \approx 0,5 \theta_{\text{рез}}$, что находится даже в большем соответствии с экспериментальными результатами, чем следовало бы ожидать из оценочного характера полученных выражений.

Московский
инженерно-физический институт

Поступила в редакцию
12 января 1979 г.

Литература

- [1] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика. М., изд. Наука, 1963.
- [2] Н.П.Калашников, М.Н.Стриханов. ЖЭТФ, **69**, 1253, 1975.
- [3] N.P.Kalashnikov, M.N.Strikhanov. Nuovo Cim., **29**, 9, 1975.
- [4] U.Schiebel, E.Worm. Phys. Lett., **58A**, 252, 1976.
- [5] U.Schiebel, A.Neufert, G.Clansnitzer. Phys. Lett., **42A**, 45, 1972.