Письма в ЖЭТФ, том 30, вып. 10, стр. 665–668 *20 ноября 1979 г.*

ПОПЕРЕЧНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ В КВАНТУЮЩЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ ДЛЯ СЛУЧАЯ РАССЕИВАТЕЛЕЙ КОНЕЧНОГО РАДИУСА

С.П.Андреев

В допущении малости перемешивания уровней Ландау рассеивателями конечного радиуса найдена свободная от расходимостей поперечная проводимость газа электронов в квантующем магнитном поле.

1. Поперечная проводимость обычно вычисляется в борновском приближении по взаимодействию носителей тока с рассеивателями. При этом в квантующем магнитном поле возникает логарифмическая расходимость на малых энергиях [1], которая устраняется введением того или иного способа обрезания. Скобов показал [2], что отказ от теории возмущений в случае рассеивателей малого радиуса автоматически приводит к устранению расходимости.

Ниже получена формула поперечной проводимости невзаимодействующих между собой электронов, рассеивающихся на центрах конечного, но произвольного радиуса a, в квантующем поле в предположении: а) перемешивание уровней Ландау отдельным центром $U(|\mathbf{r}|)$ — мало. Подчеркнем, что потенциал U не предполагается малым по сравнению с энергией продольного движения. Показано, что для центров конечного радиуса расходимость [1] отсутствует. На основе полученных формул оказывается возможным анализ энергетического спектра нейтральных примесей в полупроводниках по зависимости проводимости от температуры и магнитного поля.

2. Диагональная компонента тензора проводимости имеет вид [2]:

$$\sigma_{yy} = \frac{e^2}{2\pi V T} \,\mathrm{Re}\left[\mathrm{Sp}\,\hat{\rho}\hat{v}_y \int_{-\infty}^{+\infty} dE \frac{1}{(E-\hat{H}-i\epsilon)}\, \hat{v}_y \frac{1}{(E-\hat{H}+i\epsilon)}\right] \tag{1}$$

$\hat{H}$ — полный гамильтониан системы в отсутствие электрического поля, V — объем; $\hat{v}_y$ — оператор скорости электрона. В приближении $(T/\hbar)\tau >> 1$ ток в системе есть произведение среднего по объему тока от отдельного рассеивателя на число рассеивателей в объеме. При нахождении тока от отдельного рассеивателя гамильтониан $\hat{H}$ надо заменить на гамильтониан одноцентровой задачи $\hat{H}_o$. В получившемся из (1) выражении возьмем Sp по полной системе волновых функций одноцентровой задачи. Без ограничения общности можно взять отдельный рассеиватель в начале координат. Так как матричные элементы $\hat{v}_y$ отличны от нуля лишь для перехода между зонами Ландау $N \to N \pm 1$, учитывая (а) строим волновую функцию одноцентровой задачи: решаем уравнение Шредингера в зоне нуля, отбросив остальные зоны, затем подмешиваем первую зону по теории возмущений. Характеризуя состояние электрона числами p_z, n, m [3], p_z — импульс вдоль $\mathbf{H}$, n и m — соответственно, радиальное и азимутальное квантовые числа, имеем:

$$\sigma_{yy} = 4\pi^3 e^2 n_o l^4 \sum_{m=o}^{\infty} (m+1) \int_{-\infty}^{+\infty} dp_z dp \left(-\frac{\partial\rho}{\partial\epsilon_p}\right)\delta(\epsilon_{p_z} - \epsilon_p) \times$$

$$\times \left| \int_{-\infty}^{+\infty} dz\, \chi_{m+1}^{p_z^*}(z)\,[U_m(z) - U_{m+1}(z)]\,\chi_m^p(z)\right|^2 \tag{2}$$

$l = \sqrt{\dfrac{c\hbar}{|e|H}}$ — магнитная длина, $U_m(z) = < R_{om}(\rho)/U(\rho, z)R_{om}(\rho) >$, R — радиальные волновые функции [3]. χ_m^p — решение одномерной задачи рассеяния электрона с импульсом p на потенциале $U_m(z)$, n_o — концентрация рассеивателей.

3. Заменяя в (2) функции χ на плоские волны, получим проводимость в борновском приближении, а (2) после некоторых преобразований сводится к результату Адамса и Гольстейна [1]. В случае неглубокого $U_o \lesssim \hbar^2/m^* a^2$, короткодействующего $a << l$ потенциала, полагая $U_{m \geqslant 1} = 0$ и заменяя X_1 на плоскую волну, придем к результату Скобова [2].

Для потенциала произвольного конечного радиуса из условий сшивки следует, что в общем случае малых энергий ($p \to 0$) в области действия потенциала $U_m(z)$, дающей вклад в поперечную проводимость (2), волновая функция χ пропорциональна p. Т. е. для потенциала конечного радиуса расходимости [1] нет, а это в свою очередь означает, что в области низких температур изменятся все зависимости проводимости от температуры и магнитного поля, предсказываемые теорией борновского приближения [1]. Последнее обстоятельство представляет значительный экспериментальный интерес, ввиду возможности изучения энергетического спектра примесей в квантующем магнитном поле по зависимости σ от H и T. Покажем это для случая неглубоких $U \lesssim \hbar^2/m^* a^2$ примесей. Для таких центров проводимость, рассчитанная по формуле (2), равна (спектр электронов полагается квадратичным):

$$\sigma_{yy} = \frac{\pi e^2 n_0 \hbar^2 l^2}{m^*} \sum_{m=0}^{\infty} (m+1)(\gamma_m - \gamma_{m+1})^2 \int_0^{\infty} \frac{d\epsilon}{\epsilon}\left(-\frac{\partial \rho}{\partial \epsilon}\right) \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma_m^2}{2\epsilon}\hbar\omega_H\right)} \times$$

$$\times \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma_{m+1}^2}{2\epsilon}\hbar\omega_H\right)} \qquad (3)$$

$$\gamma_m \sim U\left(\frac{a}{l}\right)^{(2m+1)} \qquad \text{при } l \gtrsim a;$$

При $l > a$, $\gamma_m^2 >> \gamma_{m+1}^2$. В этом случае в (3) можно ограничиться первым слагаемым с $m = 0$, однако, в знаменателе подинтегрального выражения (3) надо оставить оба сомножителя с γ_0 и γ_1. Предполагая функцию распределения электронов больцмановской, для различных областей температур получим различные зависимости от H и T

$$\sigma_{yy} \sim T^{-3/2} \ln \frac{T}{H^2}, \qquad T >> \frac{\gamma_0^2}{2}\hbar\omega_H,$$

$$\sigma_{yy} \sim \frac{T^{-1/2}}{H^2}, \qquad \gamma_0^2/2\,\hbar\omega_H >> T >> \frac{\gamma_1^2}{2}\hbar\omega_H,$$

$$\sigma_{yy} \sim \frac{T^{1/2}}{H^6}, \qquad T << \frac{\gamma_1^2}{2}\hbar\omega_H.$$

В [3] было показано, что энергия $-\frac{\gamma_m^2}{2}\hbar\omega_H$ — суть энергии связанных состояний электрона в поле отдельного неглубокого притягивающего центра в состоянии с проекцией орбитального момента m на направление **H**. Таким образом температурная и полевая зависимости дают непосредственную информацию об энергетическом спектре примеси. Формула (3) имеет простой физический смысл: под знаком интеграла стоит произведение плотностей начальных и конечных состояний электрона ϵ^{-1} на коэффициенты прохождения электрона через неглубоковую яму $D_m = \left(1 + \dfrac{\Delta m}{\epsilon}\right)^{-1}$ в состояниях m и $m+1$, перепутываемых электрическим полем в линейном приближении. При низких энергиях волновая функция электрона мала в области $\sim \hbar p^{-1} >> a$ и проводимость обращается в нуль.

Отметим еще один эффект, который должен наблюдаться в полупроводниках с эллипсоидальными $m^* = \{m_{||}, m_{\perp}, m_{\perp}\}$ изоэнергетическими поверхностями типа Ge и Si, согласно (2). При изменении направления **H** относительно кристаллографических осей параметр $m^* U a^2/\hbar^2$ характеризующий глубину ямы, меняется от $m_{||} U a^2/\hbar^2$ до $m_{\perp} U a^2/\hbar^2$ при изменении направления **H** на $\pi/2$. В Ge параметр анизотропии масс $m_{||}/m_{\perp} \approx 20$. При изменении глубины ямы появляются уровни с нулевой энергией и коэффициент отражения осциллирует, что приводит к осцилляциям σ.

Я весьма признателен Ю.А.Гурвичу и М.А.Кожушнеру за обсуждения настоящей работы.

Московский
инженерно-физический институт

Поступила в редакцию
12 октября 1979 г.

Литература

[1] E.Adams, T.Holstein. J. Phys. Chem. Solids, 10, 254, 1959.

[2] В.Г.Скобов. ЖЭТФ, 38, 1304, 1960.

[3] С.П.Андреев. ЖЭТФ, 75, 1056, 1978.

боковую яму $D_m = \left(1 + \frac{\Delta m}{\epsilon}\right)^{-1}$ в состояниях m и $m+1$, перепутываемых электрическим полем в линейном приближении. При низких энергиях волновая функция электрона мала в области $\sim \hbar p^{-1} >> a$ и проводимость обращается в нуль.

Отметим еще один эффект, который должен наблюдаться в полупроводниках с эллипсоидальными $m^* = \{m_{\parallel}, m_{\perp}, m_{\perp}\}$ изоэнергетическими поверхностями типа Ge и Si, согласно (2). При изменении направления **H** относительно кристаллографических осей параметр $m^* U a^2/\hbar^2$ характеризующий глубину ямы, меняется от $m_{\parallel} U a^2/\hbar^2$ до $m_{\perp} U a^2/\hbar^2$ при изменении направления **H** на $\pi/2$. В Ge параметр анизотропии масс $m_{\parallel}/m_{\perp} \approx 20$. При изменении глубины ямы появляются уровни с нулевой энергией и коэффициент отражения осциллирует, что приводит к осцилляциям σ.

Я весьма признателен Ю.А.Гурвичу и М.А.Кожушнеру за обсуждения настоящей работы.

Московский
инженерно-физический институт

Поступила в редакцию
12 октября 1979 г.

Литература

[1] E.Adams, T.Holstein. J. Phys. Chem. Solids, 10, 254, 1959.

[2] В.Г.Скобов. ЖЭТФ, 38, 1304, 1960.

[3] С.П.Андреев. ЖЭТФ, 75, 1056, 1978.