

## ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ СОЛИТОНЫ В ФЕРРОМАГНЕТИКЕ

*И.Е.Дзялошинский, Б.А.Иванов*

Показано, что в ферромагнетике могут существовать топологические солитоны, локализованные в трех измерениях. Солитону отвечает инвариант Хопфа, размер солитона стабилизируется законом сохранения числа спиновых отклонений.

Ранее в ферромагнетиках изучались либо не локализованные в трех измерениях солитоны (доменные стенки, "ежи", см. [1]) либо локализованные нетопологические солитоны [2]. Локализованным солитонам отвечает однородное на бесконечности распределение намагниченности  $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ . Следовательно, при топологическом анализе солитона мы изучаем свойства отображения трехмерного пространства  $\{\mathbf{r}\}$  с тождественными бесконечно удаленными точками (эквивалентного трехмерной сфере  $S^3$ ) на двумерную сферу  $m^2 = 1$ , где  $m = \mathbf{M}/M_0$ ,  $M_0$  — намагниченность насыщения. Известно, что отображению  $S^3 \rightarrow S^2$  отвечает инвариант Хопфа  $Z$ , принимающий целочисленные значения. Отображение Хопфа удобно построить (см. [3]) построив отображение  $\{\mathbf{r}\}$  на множество трехмерных поворотов  $\hat{O} \in \text{SO}(3)$  степени  $Z$ , такое, что  $O_{ik} \rightarrow \delta_{ik}$

при  $|r| \rightarrow \infty$ , и подействовав  $\hat{O}$  на вектор  $m(\infty) = \hat{z}$ . Отображению с  $Z = \pm 1$  отвечает

$$m = \hat{z} \cos 2\chi + \hat{R}(\hat{R}\hat{z})(1 - \cos 2\chi) + [\hat{R}, \hat{z}] \sin 2\chi, \quad (1)$$

где  $\hat{R}(\hat{r})$  пробегает единичную сферу при пробегании вектором  $\hat{r}$  единичной сферы  $\chi = \chi(r, \theta)$ ,  $\chi(0, \theta) = \pi$ ,  $\chi(\infty, \theta) = 0$ ,  $r, \theta$  — сферические координаты. Вид  $\hat{R}, \chi$  определяется минимизацией энергии ферромагнетика  $W\{m\}$  с учетом (1). Даже в простейшем случае изотропного ферромагнетика

$$W_e\{m\} = (aM_0^2/2) \int (\nabla m)^2 d\tau, \quad (2)$$

где  $a = (Isa^2/2\mu_0 M_0)$ ,  $I$  — обменный интеграл,  $s$  — спин атома,  $a$  — постоянная решетки, уравнения для  $\hat{R}, \chi$  проинтегрировать не удастся. Однако они автомодельны, т. е. вид решения зависит от произвольной константы  $R$ , определяющей размер солитона. Асимптотики решения имеют вид

$$\hat{R}(\hat{r}) \rightarrow \pm \hat{r} \text{ при } Z = \pm 1, \quad \chi(r, \theta) = \begin{cases} \pi - (r/R), & r \rightarrow 0, \\ \chi_0 (R/r)^2, & r \rightarrow \infty, \end{cases} \quad (3)$$

т. е. энергия солитона пропорциональна  $R$ . Однако уравнения динамики намагниченности обладают важным интегралом движения — число спиновых отклонений  $S_z\{m\}$

$$S_z = (M_0/2\mu_0) \int (1 - m_z) d\tau. \quad (4)$$

Для решения (1) отлично от нуля также значение момента импульса поля намагниченности  $L$ , однако  $L$  выражается через  $S_z$ , а именно  $L = -(\hbar Z S_z) \hat{z}$ . Задавая  $S_z$ , мы тем самым фиксируем  $R$  и препятствуем схлопыванию солитона. Легко убедиться, что

$$S_z \sim s(R/a)^3 \text{ или } R \sim a(S_z/s)^{1/3}. \quad (5)$$

Выражая энергию солитона через  $S_z$ , получим (см. рис. 1)

$$E \sim sl(s^2 S_z)^{1/3}. \quad (6)$$

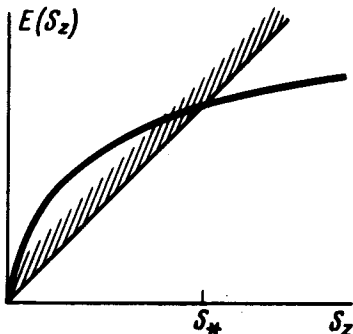


Рис. 1. Зависимость энергии солитона от  $S_z$ , заштрихована область непрерывного спектра,  $E \geq \epsilon_0 S_z$

Диссипация энергии солитона и связанное с этим уменьшение  $S_z$ , т. е.  $R$ , может происходить только за счет медленного процесса излучения магнонов с импульсом  $\hbar k$  и энергией  $\epsilon(k)$ . Так как этот процесс возможен при  $\epsilon(k) \leq (dE/dS_z)$ , т. е.  $k \leq 1/R$ , а его амплитуда пропорциональна  $l(ak)^2$ , время жизни солитона  $\tau = S_z / (dS_z/dt)$  при  $S_z \gg s$  велико по сравнению с  $l/\hbar$

$$\tau \sim (l/\hbar s)(s/S_z)^{5/3}. \quad (7)$$

Отметим, что кроме статических решений вида (1) уравнения допускают зависящие от времени (но стационарные с квантовомеханической точки зрения) решения, обладающие топологическим зарядом, в которых намагниченность прецессирует вокруг оси  $\hat{z}$  с фиксированной частотой  $\omega$  [2], т. е.

$$\hat{R}_z = \hat{R}_z(\mathbf{r}), \quad \hat{R}_x + i\hat{R}_y = R^{(+)}(\mathbf{r})e^{-i\omega t} \quad \text{или} \quad m_x + im_y = m^{(+)}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}. \quad (8)$$

Эти решения отвечают минимуму функционала  $[W\{\mathbf{m}\} + \hbar\omega S_z\{\mathbf{m}\}]$ , см. [2], для них  $\chi \sim (1/r)\exp(-r\sqrt{\omega/2\alpha\mu_0 M_0})$  при  $r \rightarrow \infty$ . Вопрос о том, какому значению  $\omega$  соответствует минимум энергии солитона при заданном значении топологического заряда  $Z$  и  $S_z$ , остается открытым<sup>1)</sup>.

Учтем энергию магнитной анизотропии

$$W_a\{\mathbf{m}\} = (\beta M_0^2/2) \int (1 - m_z^2) d\mathbf{r}. \quad (9)$$

В этом случае в задаче появляется характерная длина  $x_0 = \sqrt{a/\beta} \gg a$ , имеющая смысл толщины  $180^\circ$  доменной границы. Влияние анизотропии существенно только при  $R \gtrsim x_0$ , в частности, изменяется асимптотика (3):  $\chi(r) \sim (1/r)\exp(-r/x_0)$  при  $r \rightarrow \infty$ . При  $R \gg x_0$  энергетически выгодна такая конфигурация намагниченности, при которой в солитоне существует область объема  $R^3 \gg x_0^3$ , в которой  $m_z \cong -1$ . Эта область дает вклад в  $S_z$ , но не дает вклада в энергию (см. (3), (9) и (4)).

Такой солитон с учетом (1) можно построить, считая, что эта область имеет форму размером  $R$ ,  $R \gg x_0$ , и отделена от остальной части магнетика доменной границей (см. рис. 2), т. е. при  $R \gg x_0$  (или при  $S_z \gg S_* = s(x/a)^3$ ) задача снова становится масштабно-инвариантной. Оценив  $E$  и  $S_z$ , получим

$$E \sim \sigma R^2 + sl(R/a), \quad S_z \sim s(R/a)^3 = S_* (R/x_0)^3, \quad (10)$$

<sup>1)</sup> Остается также открытым вопрос о непрерывности производной решения при заданном  $\omega$ . Разрывы производной на поверхности  $|\mathbf{r}| \sim R$  появляются при анализе некоторых сферически симметричных отображений, однако не приводят к существенным трудностям при анализе [3]. В нашем случае симметрия ниже (аксиальная) и есть основания считать, что существуют решения с разрывом производной  $\mathbf{m}$  только на линии или даже только в точке (при  $r \rightarrow 0$ ).

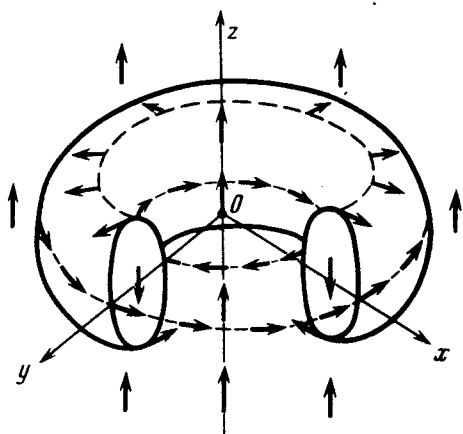


Рис. 2. Вид солитона при  $R \gg x_0$ . Стрелками указано направление намагниченности в некоторых точках вне тора, внутри тора и в центре доменной границы

где  $\sigma$  — плотность энергии границы,  $\sigma = 2\sqrt{\alpha\beta} M_0^2$ , второе слагаемое в  $E$  связано с неоднородностью  $m$  в центре границы и навязано топологией (см. (1)), однако, оно мало при  $R \gg x_0$ . Используя (10), получим

$$E \sim \epsilon_0 (S_z^2 S_*)^{1/3} \quad \text{при } S_z \gg S_* , \quad (11)$$

где  $\epsilon_0 = 2\mu_0 \beta M_0$  — активация магнонов. Так как  $(dE/dS_z) \sim \epsilon_0 (S_*/S_z)^{1/3} \ll \epsilon_0$ , испускание магнонов запрещено энергетически. Диссипация энергии солитона при  $S_z \gg S_*$  может происходить только за счет процессов, не сохраняющих  $S_z$ ; обусловленных, например, слабым диполь-дипольным взаимодействием спинов. Один из авторов (Б.И.) благодарен А.С. Ковалеву за плодотворные обсуждения.

Институт теоретической физики  
им. Л.Д.Ландау  
Академии наук СССР

Физико-технический институт  
низких температур  
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию  
2 апреля 1979 г.

### Литература

- [1] Г.Е.Воловик, В.П.Минеев. ЖЭТФ, 72, 2256, 1977.
- [2] Б.А.Иванов, А.М.Косевич. ЖЭТФ, 72, 2000, 1977.
- [3] Г.Е.Воловик, В.П.Минеев. ЖЭТФ, 73, 767, 1977.