Письма в ЖЭТФ, том 36, вып. 7, стр. 259 – 262 *5 октября 1982 г.*

КОЭФФИЦИЕНТ ПРОХОЖДЕНИЯ И ДЛИНА ЛОКАЛИЗАЦИИ ЭЛЕКТРОНА В N СВЯЗАННЫХ НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ ЦЕПОЧКАХ

О.Н.Дорохов

Рассмотрена модель N связанных цепочек с дефектами, для которой удается строго доказать наличие локализации при сколь угодно сильной связи между цепочками. В этих условиях возникает N различных локализационных длин.

Точное решение вопроса о локализации одноэлектронных состояний известно только для элементарной металлической цепочки [1], когда длина локализации l^* оказывается порядка длины свободного пробега l. С другой стороны, имеются веские доводы в пользу локализа-

1) Равенства $k^i_p = k^i_д$ означают, что один и тот же фактор увеличивает энергию активации распада димеров и уменьшает ее при их образовании. Есть основания считать, что этим фактором являются напряжения, возникающие из-за различия размеров A_2 и $A \cdot A$.

ний всех одноэлектронных состояний в металлической проволке [2] и в двумерном случае [3,4], когда $l^* >> l$ при слабой неупорядоченности $p_F l >> 1$. Поэтому представляет интерес рассмотреть этот вопрос для N связанных цепочек.

Как известно [5-8], длина локализации явно входит в закон спадания коэффтициента прохождения электрона при увеличении размеров L неупорядоченной области: $T \sim \exp(-L/l^*)$. Исходя из этого, для определения l^* мы будем исследовать поведение коэффициента прохождения $T(L)$. Этот подход [5-8] к проблеме оказывается проще, чем исследование коррелятора плотность–плотность [1]. Предполагается, что неупорядоченный участок $(0, L)$ состоит из N цепочек, которые можно представить себе лежащими на цилиндрической поверхности параллельно ее оси. Электрон, наряду с преимущественным движением вдоль цепочки, может перескакивать в перпендикулярном направлении. Таким образом, в системе функций $\{\psi_n(x)\}$, где $\psi_n(x)$ отвечает n-ной цепочке, гамильтониан имеет вид

$$H_{nn'} = \left[-\frac{1}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + U_n(x)\right]\delta_{nn'} + t(\delta_{n-1,n'} + \delta_{n+1,n'}). \qquad (1)$$

Здесь $U_n(x)$ – случайный примесный потенциал n-ной цепочки, $t << E_F$ интеграл перекрытия, ответственный за перескоки электрона на соседние цепи. Чтобы ограничиться N цепочками, дополним (1) следующим граничным условием:

$$\psi_N(x) = e^{ia}\,\psi_0(x). \qquad (2)$$

Фазовый множитель e^{ia}, который обеспечивает набег фазы a при однократном обходе вокруг оси цилиндра, нарушает симметрию по отношению к инверсии времени $(\psi \to \psi^*)$. Это можно связать с некоторым магнитным потоком внутри цилиндра.

Удобно перейти к новой системе волновых функций:

$$\tilde{\psi}_n(x) = \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{n'=0}^{N-1} \exp(2\pi i n n'/N)\,\psi_{n'}(x), \qquad (3)$$

$$\tilde{H}_{nn'} = \left\{-\frac{1}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + 2t\cos[(2\pi n + a)/N]\right\}\delta_{nn'} + \frac{1}{N}\sum_{n_0=0}^{N-1} U_{n_0}(x)\exp(2\pi i n_0(n-n')/N). \qquad (4)$$

В упорядоченных областях, где $U_n(x) = 0$, можно сразу написать решение уравнения Шредингера $\tilde{H}_{nn'}\tilde{\psi}_{n'} = E\tilde{\psi}_n$ в виде

$$\tilde{\psi}_n(x) = A_n\exp(ik_n x) + B_n\exp(-ik_n(x), \qquad (5)$$

$$k_n = \sqrt{2mE} - 2tv_F^{-1}\cos[(2\pi n + a)/N]. \qquad (6)$$

Постоянные A_n^L, B_n^L и A_n^R, B_n^R, отвечающие решению (5) слева и справа от неупорядоченного участка $(0, L)$, связаны линейным преобразованием:

$$\begin{bmatrix} A_n \\ B_n \end{bmatrix}^R = \hat{m}\begin{bmatrix} A_{n'} \\ B_{n'} \end{bmatrix}^L, \qquad (7)$$

где $\hat{m}$ – это комплексная матрица с размерностью $2N$. Необходимая информация о рассеянии соедержится в матрице $\hat{M} = \hat{m}^+\hat{m}$, которая уже вводилась в работе [6] при исследовании одной цепочки. Условие сохранения потока наклыдывает на $\hat{m}$ и $\hat{M}$ некоторые ограничения. Мы сразу запишем $\hat{M}$ в виде, который удовлетворяет этим требованиям:

$$\hat{M} = \begin{bmatrix} \hat{u}^+\,\mathrm{ch}\,\hat{\Gamma}\,\hat{u} & \hat{u}^+\,\mathrm{sh}\,\hat{\Gamma}\,\hat{v} \\ \hat{v}^+\,\mathrm{sh}\,\hat{\Gamma}\,\hat{u} & \hat{v}^+\,\mathrm{ch}\,\hat{\Gamma}\,\hat{v} \end{bmatrix}. \qquad (8)$$

Здесь $\hat{u}$, $\hat{v}$ – унитарные матрицы, а $(\hat{\Gamma})_{nn'} = \Gamma_n \delta_{nn'}$ диагональная действительная матрица, определяющая N коэффициентов прохождения. В самом деле, если слева от неупорядоченной области есть падающий поток $j_A^L = (A^+A)^L$ и отраженный поток $j_B^L = (B^+B)^L$, а справа только прошедший поток $j_A^R = (A^+A)^R$, то можно выразить j_A^R через амплитуды A_n^L падающего потока:

$$j_A^R = (A^+)^L \hat{u}^+ \{2[\operatorname{ch}\hat{\Gamma} + 1]^{-1}\} \hat{u}(A)^L . \qquad (9)$$

Диагональная матрица в фигурных скобках в (9) содержит N коэффициентов прохождения $T_n = 2/(\operatorname{ch}\Gamma_n + 1)$.

Чтобы получить уравнение Фоккера – Планка на функцию распределения $W(L; \hat{\Gamma}, \hat{u}, \hat{v})$, надо проследить изменение $W(L \dots)$ при малом увеличении длины L неупорядоченного участка. Мы будем считать амплитуду прохождения через отдельную примесь $d = \cos\gamma e^{i\delta}$ близкой к единице: $\gamma \ll 1, \delta = 0$. Тогда матрица рассеяния $\hat{m}$ на изолированной примеси в точке x_0 цепочки n_0 имеет вид:

$$\hat{m}(x_0 n_0) = 1 + \begin{bmatrix} 0 & \hat{\gamma}(x_0 n_0) \\ \hat{\gamma}^+(x_0 n_0) & 0 \end{bmatrix},$$

$$[\hat{\gamma}(x_0 n_0)]_{nn'} = -i\gamma N^{-1} \exp[-i(k_n + k_{n'})x_0 + 2\pi i n_0 (n - n')/N] . \qquad (10)$$

Мы здесь ограничимся простейшим случаем, когда при выводе уравнения Фоккера – Планка усреднение по быстрым зависимостям производится с помощью соотношения:

$$\overline{\gamma_{nn'} \gamma^*_{mm'}} = \gamma^2 N^{-2} \delta_{nm} \delta_{n'm'} . \qquad (11)$$

Используя (6), (10), можно увидеть, что (11) выполняется, когда N – нечетное число, отсутствует симметрия по отношению к инверсии времени (т. е. a/π не равно целому числу) и выполнено неравенство:

$$tl/v_F N^3 \gg 1.$$

Соотношение (11) является ключевым для упрощения задачи. Дело в том, что в этом случае распределение $\hat{\Gamma}$ отцепляется от распределения матриц $\hat{u}$, $\hat{v}$. Отметим, что этого упрощения нет для системы из N цепочек, лежащих на плоскости, и, в частности, для двух цепочек.

Уравнение на функцию распределения $W(L, \hat{F})$, где $\hat{F} = \operatorname{ch}\hat{\Gamma}$, (т. е. $T_n = 2/(F_n + 1)$) имеет вид

$$Nl \frac{\partial W}{\partial L} = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{\partial}{\partial F_n} (F_n^2 - 1) \left\{ \frac{\partial}{\partial F_n} - 2 \sum_{n' \neq n} \frac{1}{F_n - F_{n'}} \right\} W(L, \hat{F}) . \qquad (12)$$

Исследование уравнения (12) показывает, что оно содержит N различных экспоненциальных зависимостей $F_n \sim \exp(L/l_n^*)$, причем показатели экспонент различаются, вообще говоря, на величину порядка L/Nl. Это значит, что на расстояниях $L \gg Nl$ все F_n имеют разные порядки величины. Перенормируем F_n в порядке их возрастания. Тогда при $L \gg Nl$ имеем:

$$F_0 \ll F_1 \ll \dots \ll F_{N-1} . \qquad (13)$$

Сильное неравенство (13) позволяет расцепить уравнение (12) на N уравнений для функций распределения $W_n(L, F_n)$:

$$Nl\,\frac{\partial W_n}{\partial L} = \left\{\frac{\partial}{\partial F_n}(F_n^2 - 1)\frac{\partial}{\partial F_n} - 2n\frac{\partial}{\partial F_n}F_n\right\}W_n(L, F_n), \tag{14}$$

где единицу рядом с F_n^2 следует оставлять только при $n = 0$, когда (14) совпадает с уравнением для одной цепочки [5,8] с точностью до замены $l \to Nl$.

Из (14) следует формула для N различных длин локализации (l^* – длина локализации в изолированной цепочке):

$$l_n^*(N) = Nl^*/(1 + 2n); \quad n = 0, 1, \ldots N - 1. \tag{15}$$

Они обладают любопытным свойством: среднее от их обратных величин не зависит от N и равно $1/l^*$. Основной вклад в длинноволновые кинетические явления будет вносить наибольшая длина локализации $l_0^*(N) = Nl^*$.

Автор признателен Л.П.Горькову за обсуждение полученных результатов.

Литература

1. *Березинский В.Л.* ЖЭТФ, 1973, **65**, 1251.
2. *Thoules D.J.* Phys. Rev. Lett., 1977, **39**, 1167.
3. *Abrahans E.A., Anderson P.W., Licciardello D.C., Ramakrishnan T.V.* Phys. Rev. Lett., 1979, **42**, 673.
4. *Горьков Л.П., Ларкин А.И., Хмельницкий Д.Е.* Письма в ЖЭТФ, 1979, **30**, 248.
5. *Papanicolaou G.C.*, SIAM, J. Appl. Math., 1971, **21**, 13.
6. *Abrahams E., Stephen M.J.* J. Phys. C, 1980, **13**, 1377.
7. *Anderson P.W., Thouless D.J., Abrahams E., Fisher D.S.* Phys. Rev., 1980, **B22**, 3519.
8. *Мельников В.И.* ФТТ, 1981, **23**, 782.

Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
24 августа 1982 г.