Письма в ЖЭТФ, том 36, вып. 9, стр. 326 – 328 5 ноября 1982 г.

ЦИКЛОТРОННЫЕ ПОТЕРИ БЫСТРЫХ ЧАСТИЦ В ТОКАМАКЕ С ГОФРИРОВАННЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

С.В.Путвинский

В работе рассмотрен возможный механизм потерь быстрых частиц в токамаке за счет циклотронного резонанса частиц с возмущениями тороидального магнитного поля из-за гофрировки. Приведены оценки для коэффициента радиальной диффузии частиц.

Известно, что наличие гофрировки тороидального магнитного поля в токамаке может приводить к существенному увеличению коэффициентов переноса в плазме [1] и ухудшению удержания энергичных заряженных продуктов термоядерных реакций [2]. Поэтому при проектировании токамаков всегда стремятся уменьшить величину гофрировки, в частности, увеличивая число катушек тороидальной обмотки. В настоящей работе показано, что при достаточно большом числе катушек тороидального магнита в токамаке может проявиться дополнительный механизм потерь быстрых частиц, связанный с циклотронным взаимодействием частиц с возмущениями магнитного поля.

Действительно, гофрировка представляет собой периодическое (вдоль большого обхода тора) возмущение магнитного поля с волновым вектором $k = N/R$, где N – число катушек и R – большой радиус тора. Если скорость частицы велика, как например, в случае термоядерных продуктов реакции, и число катушек большое, то при своем движении вдоль магнитной силовой линии частица, вращающаяся по ларморовской окружности с частотой $\omega_i = eB/mc$, может попасть в резонанс с возмущениями магнитного поля

$$k_{\parallel} v_{\parallel} = \pm\ \omega_i, \qquad (1)$$

что можно записать в виде

$$N\,|\,v_{\parallel}\,|\,/\,R = \omega_i. \qquad (1a)$$

Влияние циклотронного резонанса на движение частиц уже рассматривалось ранее в работе [3], в которой найдено, что при большой величине гофрировки этот эффект может приводить к стохастическому переходу пролетных частиц в частицы, запертые в локальных гофрах магнитного поля.

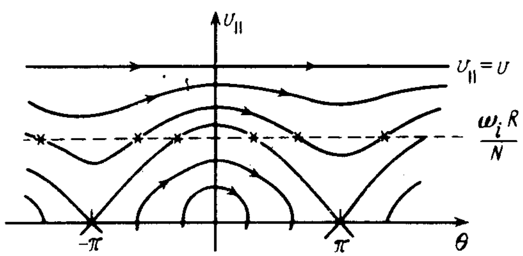

Рис. 1. Фазовые траектории частиц на плоскости $(v_{\parallel}, \theta)$. Значком "*" отмечены резонансные точки $Nv_{\parallel}/R = \omega_i$

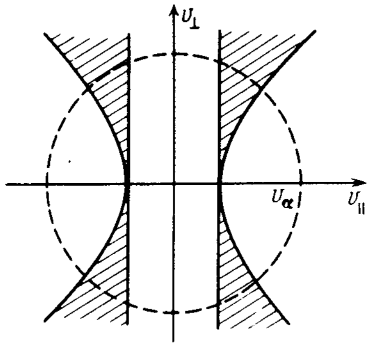

Рис. 2. Область резонансного взаимодействия в пространстве скоростей при $\theta = 0$ (заштрихована)

В настоящей работе учитывается неоднородность магнитного поля токамака, вследствии чего резонанс будет иметь локальный характер. Как будет показано ниже, многократное прохождение резонансной точки при движении частицы может приводить к стохастизации траектории и как следствие к потерям быстрых частиц.

В токамаке магнитное поле B и продольная скорость частицы $v_{\parallel}$ меняются вдоль силовой линии, поэтому условие (1) удовлетворяется лишь в отдельных, резонансных, точках на силовой линии. На рис. 1 показаны фазовые траектории частиц в токамаке. В качестве координаты вдоль силовой линии выбран угол θ, отсчитываемый вдоль малого обхода тора, а резонансные точки отмечены значком „ * ". Если для модуля невозмущенного магнитного поля B использовать приближение $B = B_{\text{т}} \frac{R_0}{R} = B_{\text{т}} (1 - \epsilon \cos\theta)$, то из (1) следует, что в резонанс будут попадать частицы с

$$\frac{\omega_i^2 R^2}{N^2} < v_{\parallel 0}^2 < \frac{2\epsilon}{1+\epsilon} v^2 + \frac{\omega_i^2 R^2 (1-\epsilon)}{N^2 (1+\epsilon)} \quad . \tag{2}$$

Здесь $v_{\parallel 0}$ – продольная скорость частицы на внешнем обводе тора при $\theta = 0$, $\epsilon = r/R_0$. Область резонансного взаимодействия в пространстве скоростей для $\theta = 0$ показана на рис. 2.

При наличии резонанса (1) магнитный момент частицы перестает сохраняться и при последовательном прохождении через резонансные точки будет получать конечное приращение. Естественно, что энергия частицы при этом не меняется. Величину приращения магнитного момента можно вычислить, проектируя уравнение движения $\dot{\mathbf{v}} = \frac{e}{mc} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}]$ на направление силовой линии магнитного поля.

$$\dot{v}_{\parallel} = - \frac{v_{\perp}^2}{2B} (\mathbf{b}\cdot\vec{\nabla})B + \frac{v_{\parallel} v_{\perp}}{B} \{(\mathbf{e}_1 \cdot \vec{\nabla})B \sin\alpha + (\mathbf{e}_2 \cdot \vec{\nabla})B \cos\alpha\} + \{ \dots \} \cdot \tag{3}$$

Здесь $\mathbf{b} = \mathbf{B}/B$; $\mathbf{v} = v_{\parallel}\mathbf{b} + v_{\perp}\mathbf{e}_1 \sin\alpha + v_{\perp}\mathbf{e}_2 \cos\alpha$ $\mathbf{e}_1$ – единичный вектор перпендикулярный магнитной поверхности, $\mathbf{e}_1 = \vec{\nabla}\psi / |\vec{\nabla}\psi|$ и $\mathbf{e}_2 = [\mathbf{b} \times \mathbf{e}_1]$. Если магнитное поле имеет гофрировку $B = B_{\text{т}}(1 - \epsilon\cos\theta + \delta \sin N\phi)$, где ϕ – угол отсчитываемый вдоль большого обхода тора, то после усреднения по невозмущенному движению частицы ($\dot{\alpha} = \omega_i(\theta)$, $\dot{\phi} = v_{\parallel}/R$, $\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_{\text{ц}} + \frac{1}{\omega_i} [\mathbf{b} \times \mathbf{v}]$) второе слагаемое в (3) дает скачок величины $v_{\parallel 0}$ в резонансной точке (1а)

$$\Delta v_{\parallel 0} \simeq \sqrt{\frac{\pi N q}{\epsilon}} \, \delta \cos\left(N\phi_* - \alpha_* - \frac{\pi}{4}\right) . \tag{4}$$

Вклад в усреднение по времени в (4) дает узкая область в окрестности резонансной точки шириной $\Delta\theta \approx (\epsilon q N)^{-1/2} << 1$. Значком " * " обозначены значения ϕ и α в резонансной точке. Величина приращения скорости зависит от фазы $\Phi = N\phi_* - \alpha_* - \frac{\pi}{4}$, с которой частица приходит в резонансную точку, и поэтому на фазовой плоскости частицы будут иметь достаточно сложные траектории движения, анализ которых требует проведения численных расчетов. Здесь мы ограничимся лишь грубой оценкой условия для стохастизации траекторий, которую согласно работе [4] можно записать в виде

$$\left| \Delta v_{\parallel 0} \frac{\partial}{\partial v_{\parallel 0}} [\Delta\Phi(v_{\parallel 0})] \right| > 1, \tag{5}$$

где $\Delta\Phi$ – набег фазы между последовательными прохождениями частицей резонансной точки.

$$\Delta\Phi = \int_{t_1}^{t_2} (N\dot{\phi} - \dot{\alpha})dt \approx 2q\epsilon N v_{\perp 0}^2 \int_0^{\theta_*} \frac{(\cos\theta - \cos\theta_*)d\theta}{v_{\parallel}^2 + v_{\parallel} v_{\parallel 0}} \quad . \tag{6}$$

Используя (4) и (6), условие (5) можно записать в виде

$$\delta > (\pi\epsilon N^3 q^3)^{-1/2} \tag{7а}$$

для пролетных частиц и

$$\delta > (\epsilon / \pi N^3 q^3)^{1/2} \tag{7б}$$

для запертых. Так для параметров проектируемой установки Т-14 [5] ($N = 32$, $R_0 = 41$ см, $B = 14$ т), DT α-частицы попадают в резонанс при $v_\parallel / v \simeq 0,5$. При этом (7а) и (7б) дают соответственно $\delta > 10^{-3}$ и $\delta > 3 \cdot 10^{-4}$.

Диффузия в пространстве скоростей, которая должна происходить при выполнении условий (7а) или (7б) будет сопровождаться радиальной диффузией быстрых частиц. Величину коэффициента диффузии D_r можно оценить из условия сохранения усредненного обобщенного момента импульса $m v_\parallel R + \dfrac{e\psi}{2\pi c}$ между последовательными рассеяниями частицы в резонансных точках

$$D_r \simeq \frac{v_\parallel}{qR} \Delta r^2 \approx \frac{v_\parallel}{qR} \left(\frac{mcq}{eB\epsilon} \Delta v_{\parallel 0} \right)^2 .$$

За время нахождения частицы в резонансной зоне $\bar{t} \sim \dfrac{\epsilon^2 v^2}{\Delta v_{\parallel 0}^2} \dfrac{qR}{v_\parallel}$ частица успеет сместиться по радиусу на расстояние

$$\Delta a \simeq q a / \epsilon N ,$$

которое сравнимо с радиусом плазменного шнура. В том случае когда $\Delta a \ll a$ потери частиц могут происходить только из-за рассеяния в конус потерь.

В заключение автор выражает благодарность А.В.Тимофееву за обсуждение полученных результатов.

Литература

1. *Yushmanov P.N.* Nucl. Fusion, 1982, **22**, 315.
2. *Goldston R.J., White R.B., Boozer A.H.* Phys. Rev. Lett., 1981, **47**, 647.
3. *Hinton F.L.* Preprint, Fusion Research Center, FRCR 212, 1980.
4. *Чириков Б.В.* Физика плазмы, 1978, **4**, 521.
5. *Azizov E.A. et al.* Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research 1980, IAEA, Vienna, 1981, II, 599.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
26 июля 1982 г.