Письма в ЖЭТФ, том 32, вып. 1, стр. 47 – 50 5 июля 1980 г.

ВЕТВЯЩИЕСЯ ПРОЦЕССЫ И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО МНОЖЕСТВЕННОСТИ В СТРУЯХ КХД

М.И.Горенштейн[1], *Г.М.Зиновьев*, *В.К.Петров*, *Ю.М.Синюков*[1]

Ветвящиеся процессы с двумя типами частиц использованы для изучения распределений по множественности в струях КХД. Найдены решения эволюционных уравнений процесса и исследованы КНО-скейлинговые пределы.

Представление об адронных струях как о ветвящемся процессе (ВП) возникло при изучении масштабно-инвариантной квантовой теории поля [1] и было использовано затем в феноменологическом подходе к процессу e^+e^--аннигиляции [2]. В последнее время эти представления получили новое развитие на языке эволюционных уравнений в асимптотически свободных теориях [3]. Вероятностная интерпретация приближения главных логарифмов в квантовой хромодинамике (КХД) [4] позволяет рассматривать эти уравнения как уравнения ВП: процесс ветвления выглядит как последовательный распад партона массы $\sqrt{Q^2}$, порождающего струю, причем тип партона может также изменяться за счет испускания других партонов. Виртуальные массы партонов (кварков и глюонов) оказываются упорядоченными на древовидных диаграммах, так что каждый "родительский" партон находится всегда дальше от массовой поверхности, чем его "потомство". Это позволяет связать временную переменную t ВП с массой начального $(\sqrt{Q^2})$ и "текущего" $(\sqrt{k^2})$ партонов

$$t = 6[11N_c - 2N_f]^{-1}\ln\left[\frac{\ln Q^2}{\ln k^2}\right]$$

в теории с N_c цветами и N_f ароматами. Заканчивается ВП к моменту "времени" когда партоны находятся вблизи своих массовых поверхностей $(k^2 \approx Q_0^2)$ и должен начаться процесс их адронизации.

Рассмотрим ВП с двумя типами частиц: кварками и глюонами. Развитие ВП во времени полностью определяется вероятностями переходов $P^i_{n_1 n_2}(t)$ в состояния с n_1-кварками и n_2-глюонами в кварковой $(i = 1)$ и глюонной $(i = 2)$ струях. Введем соответствующие производящие функции

$$F_i(t, z_1, z_2) = \sum_{n_1, n_2} P^i_{n_1 n_2}(t) z_1^{n_1} z_2^{n_2} ,$$

[1]Украинский центр стандартизации и метрологии.

которые содержат всю необходимую информацию о ВП. Эволюционные уравнения ВП, записанные для производящих функций, имеют вид [5]

$$\dot{F}_i = \sum_{n_1, n_2} \lambda^i_{n_1 n_2} (F_1)^{n_1} (F_2)^{n_2} \tag{1}$$

с начальными условиями

$$F_i (0, z_1, z_2) = z_i . \tag{2}$$

Величины λ^i являются матрицами инфинитезимальных переходов $P^i_{n_1 n_2}{}'(t)_{t \to 0} = \delta^i_{n_1 n_2} + \lambda^i_{n_1 n_2} t + 0(t^2)$; $(\delta^1_{10} = \delta^2_{01} = 1$, остальные $\delta^i_{n_1 n_2} = 0)$. Из условия нормировки и неотрицательности $P^i_{n_1 n_2}(t)$ следует, что

$$\sum_{n_1, n_2} \lambda^i_{n_1 n_2} = 0 \tag{3}$$

причем $\lambda^1_{10} < 0$, $\lambda^2_{01} < 0$, а остальные $\lambda^i_{n_1 n_2} \geqslant 0$ и имеют смысл плотности вероятностей соответствующих переходов.

В приближении главных логарифмов в КХД отличными от нуля плотностями вероятностей элементарных переходов являются следующие величины: $\lambda^1_{11} \equiv \lambda$, $\lambda^2_{20} \equiv \gamma_1$, $\lambda^2_{02} \equiv \gamma_2$. Эти величины являются фундаментальными параметрами ВП, проблемы вычисления их в КХД мы здесь не касаемся.

Уравнения (1) с учетом (3) имеют тогда следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{F}_1 &= -\lambda F_1 + \lambda F_1 F_2 , \\ \dot{F}_2 &= -(\gamma_1 + \gamma_2) F_2 + \gamma_1 F_1^2 + \gamma_2 F_2^2 . \end{aligned} \tag{4}$$

Уравнения, аналогичные (4), были получены в работе [6] на основе так называемых "правил исчисления струй", где, в частности, было рассмотрено решение упрощенных уравнений (4) с $\gamma_1 = 0$. С физической точки зрения этот случай означает отсутствие генерации кварков в процессе ветвления ($n_1 \equiv 1$ в кварковой струе и $n_1 \equiv 0$ в глюонной) и поэтому малоинтересен. При произвольных значениях λ, γ_1, γ_2 решения системы (4) не могут быть найдены в квадратурах. Поэтому приятной неожиданностью оказывается возможность получить явное аналитическое решение (4) в физически интересном случае $\lambda/\gamma_2 = 1/2$. Отношение λ/γ_2 в КХД может быть представлено в виде

$$\lambda/\gamma_2 = 1/2 - 1/2N_c^2 \quad (\lambda/\gamma_2 = 4/9 \ \text{при}\ N_c = 3,\ \lambda/\gamma_2 \approx 1/2 \ \text{при}\ N_c^2 \gg 1).$$

Исключая F_2 из системы (4) получаем для F_1 нелинейное уравнение второго порядка, которое с помощью замены $F_1(t) = [f(t)]^{-\lambda/\gamma_2}$ приводится к линейному по производным виду:

$$\ddot{f} + (\gamma_1 - \gamma_2)\dot{f} - \gamma_1\gamma_2 f(1 - f^{-2\lambda/\gamma_2}) = 0 . \tag{5}$$

В случае $\lambda/\gamma_2 = 1/2$ (5) полностью линеаризуется. Тогда получаем

$$F_1 = [Ae^{\gamma_2 t} + Be^{-\gamma_1 t} + 1]^{-1/2}, \quad F_2 = 1 - F_1^2 \left[Ae^{\gamma_2 t} - \frac{\gamma_1}{\gamma_2} Be^{-\gamma_1 t}\right]. \quad (6)$$

Константы интегрирования A и B в (6) являются функциями z_1 и z_2, которые находятся элементарными вычислениями из начальных условий (2)

$$A = (\gamma_1 + \gamma_2)^{-1} z_1^{-2} [\gamma_1 (1 - z_1)^2 + \gamma_2 (1 - z_2)], \quad B = (\gamma_1 + \gamma_2)^{-1} z_1^{-2} \gamma_2 (z_2 - z_1^2).$$

Средние числа $\bar{n}^i_j$ партонов в струях при больших множественностях есть (индекс вверху — тип струи, индекс внизу — тип партонов):

$$\bar{n}^i_j = \left.\frac{\partial F_i}{\partial z_j}\right|_{z_1 = z_2 = 1} = \frac{i}{j} \frac{\gamma_j}{\gamma_1 + \gamma_2} e^{\gamma_2 t}, \quad (7)$$

Соотношения (7) показывают, что число партонов каждого типа в глюонных струях в два раза больше чем в кварковых. Можно найти также

$$\overline{n^i_j n^i_k} = \frac{\partial}{\partial z_j} z_k \left.\frac{\partial F_i}{\partial z_k}\right|_{z_1 = z_2 = 1} = (4 - i)\bar{n}^i_j \bar{n}^i_k \quad \text{или} \quad \frac{\overline{n^i_j n^i_k} - \bar{n}^i_j \bar{n}^i_k}{\bar{n}^i_j \bar{n}^i_k}. \quad (8)$$

Распределения кварков $P^i(n_1)$ и глюонов $P^i(n_2)$ в струях обоих типов и соответствующие им КНО функции $\psi^i_j(x)$ определяются в виде ($x = n_j/\bar{n}^i_j$):

$$P^i(n_1) = \sum_{n_2} P^i_{n_1 n_2}, \quad P^i(n_2) = \sum_{n_1} P^i_{n_1 n_2}; \quad \Psi^i_j(x) = \lim_{\bar{n}^i_j \to \infty} \bar{n}^i_j P^i(n_j).$$

Функции $\Psi^i_j(x)$ могут быть найдены из соответствующих пределов для F_i:

$$\lim_{t\to\infty} F_i\left(t, e^{-\frac{s}{\bar{n}^i_1(t)}}, 1\right) = \lim_{\bar{n}^i_1 \to \infty} \sum_{n_1} P^i(n_1) e^{-\frac{s}{\bar{n}^i_1} n_1} = \int_0^\infty dx\, \Psi^i_1(x) e^{-sx} =$$

$$= \hat{\Psi}^i_j(s), \quad (9)$$

$$\lim_{t\to\infty} F_i\left(t, 1, e^{-\frac{s}{\bar{n}^i_2(t)}}\right) = \lim_{\bar{n}^i_2 \to \infty} \sum_{n_2} P^i(n_2) e^{-\frac{s}{\bar{n}^i_2} n_1} = \int_0^\infty dx \Psi^i_2(x) e^{-sx} =$$

$$= \hat{\Psi}^i_2(s).$$

Соотношения (9) показывают, что в указанных пределах производящие функции F_i переходят в преобразования Лапласа $\hat{\Psi}^i_j(s)$ от соответствующих КНО функций $\Psi_j^i(x)$. Это важный результат. Хотя сами $P(n)$ найти трудно, их асимптотики при больших $\bar{n}$ легко вычисляются, если известен явный вид производящих функций F. Для решения (6) находим следующие КНО функции кварков и глюонов в струях:

$$\Psi_1^1(x) = \Psi_2^1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi x}}\exp(-x/2)\,; \quad \Psi_1^2(x) = \Psi_2^2(x) = \exp(-x). \qquad (10)$$

В заключение необходимо коснуться двух вопросов. Во-первых, как связаны результаты для кварков и глюонов с наблюдаемыми адронными распределениями?. Имеются оптимистические надежды [7], что формирование адронов (процесс, выходящий за рамки теории возмущений в КХД) происходит "локально" внутри кварк-глюонных кластеров ограниченной массы $\sim Q_0$. Конечные характеристики адронов близки в этом случае к соответствующим характеристикам партонов.

Второй вопрос состоит в правильном обращении с инфракрасными расходимостями в эволюционных уравнениях КХД. Так, наивный вывод уравнений (4) в КХД приводит к бесконечным значениям параметров λ и γ_2 (но конечному отношению λ/γ_2) и необходима некоторая процедура регуляризации (см. [6]). По этой причине доверия могут заслуживать такие соотношения, в которых даются относительные величины (например, (8), (10)), зависящие только от λ/γ_2. Проблема вычисления абсолютных величин (например, (7)) требует детального изучения механизмов испускания мягких партонов и находится сейчас в стадии исследования.

Институт теоретической физики
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
23 марта 1980 г.

Литература

[1] А.М.Поляков. ЖЭТФ, 60, 1572, 1971.

[2] S.Orfanidis, V.Rittenberg. Phys. Rev.,D10, 2892, 1974.

[3] Л.Н.Липатов. ЯФ, 20, 181, 1974; G.Altarelli, G.Parisi. Nucl. Phys., B126, 298, 1977.

[4] Ю.Л.Докшицер, Д.И.Дьяконов, С.И.Троян. Материалы XIII Зимней школы ЛИЯФ, том 1, стр. 3, Ленинград, 1978.

[5] Б.А.Севастьянов. "Ветвящиеся процессы", М., изд. Наука, 1971.

[6] K.Konishi, A.Ukawa, G.Veneziano. Preprint RL-79-026, 1979.

[7] D.Amati, G.Veneziano. Phys. Lett., 83B, 87, 1979.