*Письма в ЖЭТФ, том 29, вып. 11, стр. 716 – 719* *5 июня 1979 г.*

# КУЛОНОВСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В ТОНКИХ ПЛЕНКАХ ПОЛУПРОВОДНИКОВ И ПОЛУМЕТАЛЛОВ

*Л.В.Келдыш*

Показано, что кулоновское взаимодействие в тонких пленках сильно возрастает с уменьшением толщины пленки, если ее диэлектрическая проницаемость много больше диэлектрической проницаемости подложки. Определена зависимость энергии связи экситонов и мелких примесных уровней от толщины пленки и соотношения диэлектрических проницаемостей.

Для полупроводников и полуметаллов характерны большие значения диэлектрической проницаемости – $\epsilon \sim 10 - 100$. Поэтому кулоновское взаимодействие свободных электронов и дырок в них сильно ослаблено и водородоподобные связанные состояния, такие как мелкие примесные уровни и экситоны Ванье – Мотта имеют малые энергии связи $E_o$ и макроскопически большие эффективные радиусы $a_o$

$$E_o = \frac{e^4 m}{2\epsilon^2\hbar^2} \lesssim 10^{-2} \text{ эВ}, \qquad a_o = \frac{\epsilon\hbar^2}{me^2} \gtrsim 10^{-6} \text{ см}. \tag{1}$$

Здесь $e$ и $\hbar$ – заряд электрона и постоянная Планка, $m$ – эффективная масса. Сам факт существования этих уровней проявляется лишь при достаточно низких температурах. Однако, в тонких пленках взаимодействие между зарядами возрастает с уменьшением толщины $d$, так как при расстояниях между зарядами $\gtrsim d$ заметную роль начинает играть поле, создаваемое этими зарядами в окружающей пленку среде, и если диэлектрическая проницаемость этой среды много меньше $\epsilon$, взаимодействие оказывается значительно бо́льшим, чем в однородной среде с диэлектрической проницаемостью пленки $\epsilon$.

Пусть пленка занимает область пространства $-\frac{d}{2} \leqslant z \leqslant \frac{d}{2}$. Полупространство $z < -\frac{d}{2}$ (подложка) заполнено средой с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_1$, а полупространство $z > \frac{d}{2}$ – средой с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_2$. Энергия взаимодействия зарядов $e$ и $e'$, расположенных внутри пленки в точках $(\vec{\rho}, z)$ и $(0, z')$ $(z \geqslant z')$, $\vec{\rho} = (x, y)$ – координаты в плоскости пленки) равна

$$V(\vec{\rho}, z, z') = \frac{4\pi e e'}{\epsilon} \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2} e^{2\mathbf{k}\vec{\rho}} \frac{\mathrm{ch}\left[|\mathbf{k}|\left(\frac{d}{2} - z\right) + \eta_2\right] \mathrm{ch}\left[|\mathbf{k}|\left(\frac{d}{2} + z'\right) + \eta_1\right]}{|\mathbf{k}|\, \mathrm{sh}[|\mathbf{k}|\, d + \eta_1 + \eta_2]}$$

$$\eta_{1,2} = \frac{1}{2} \ln \frac{\epsilon + \epsilon_{1,2}}{\epsilon - \epsilon_{1,2}} .$$

Будем рассматривать лишь наиболее интересный случай $\epsilon_{1,2} << \epsilon$ и $d << a_0$. Для $\rho >> d$ в интервале существенны $\mathbf{k}$ такие, что $|\mathbf{k}|\, d << 1$. При этом $V$ не зависит от $z$ и $z'$ и приводится к виду

$$V(\vec{\rho}) = \frac{2ee'}{\epsilon d} \int_0^\infty \frac{J_0(t)\,dt}{t + \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{\epsilon} \frac{\rho}{d}} =$$

$$= \frac{\pi e e'}{\epsilon d} \left[ \mathscr{H}_0\left(\frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{\epsilon} \frac{\rho}{d}\right) - N_0\left(\frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{\epsilon} \frac{\rho}{d}\right) \right], \quad (2)$$

где $N_0(x)$ и $\mathscr{H}_0(x)$ – функции Неймана и Струве. В интервале $d << \rho << \frac{\epsilon d}{\epsilon_1 + \epsilon_2}$

$$V(\vec{\rho}) \approx \frac{2ee'}{\epsilon d} \left[ \ln\left(\frac{2\epsilon}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \frac{d}{\rho}\right) - C \right] \quad (3)$$

$C \approx 0{,}577$ – постоянная Эйлера, а при $\rho >> \frac{\epsilon}{\epsilon_1 + \epsilon_2} d$

$$V(\vec{\rho}) \approx \frac{2ee'}{(\epsilon_1 + \epsilon_2)\rho} . \quad (4)$$

При $d << a_0$ расстояние между размерно квантованными уровнями энергии $h^2/md^2$ значительно больше энергии взаимодействия (3) – (4). Поэтому поперечное относительно пленки движение зарядов не меняется при учете взаимодействия и задача об их относительном движении становится двумерной

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\vec{\Delta}_{\vec{\rho}}\psi_n(\vec{\rho}) + V(\vec{\rho})\psi_n(\vec{\rho}) = E_n\psi_n(\vec{\rho}). \qquad (5)$$

Для пленок, удовлетворяющих условиям $a_o >> d >> (\epsilon_1 + \epsilon_2/2\epsilon)^2 a_o$, эффективные радиусы основного и первых возбужденных связанных состояний попадают в область расстояний, где $V(\vec{\rho})$ имеет вид (3) и уравнение (5) заменой $\vec{\rho} = a\vec{\xi}$ преобразуется к виду

$$\Delta_{\vec{\xi}}\psi_n(\vec{\xi}) - \ln|\vec{\xi}|\,\psi_n(\vec{\xi}) = \gamma_n\psi_n(\vec{\xi}), \qquad (6)$$

где

$$a = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\epsilon\hbar^2}{me^2}d} = \frac{1}{2}\sqrt{a_o d}, \qquad (7)$$

$$E_n = -\frac{e^2}{\epsilon d}\left\{\ln\left[\left(\frac{2\epsilon}{\epsilon_1 + \epsilon_2}\right)^2\frac{d}{a_o}\right] - 2C - 2\gamma_n\right\}. \qquad (8)$$

Формулы (7) – (8) определяют эффективный радиус и энергии связи водородоподобных состояний в тонкой пленке. Так как уравнение (6) не содержит параметров, величины $\gamma_n \sim 1$ малы по сравнению с логарифмом, который таким образом, определяет энергию связи как основного так и низших возбужденных состояний. Расстояние же между этими уровнями существенно меньше их энергии связи.

Если параметры пленки и подложки удовлетворяют условию $\frac{(\epsilon_1 + \epsilon_2)^2}{\epsilon} \times \frac{m_o}{m} >> 10$, где $m_o \approx 9\cdot 10^{-28}$ г, то условие $d << \left(\frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{\epsilon}\right)^2 a_o$ совместимо с требованием, чтобы пленка была макроскопической, т. е. содержала большое число атомных слоев. Для таких пленок радиус связанных состояний попадает в область, где $V(\rho)$ имеет вид (4), а энергия связи перестает расти при дальнейшем уменьшении $d$ и приобретает вид, характерный для двумерной кулоновской задачи [1, 2] с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_1 + \epsilon_2/2$ [3]

$$E_n = \left(\frac{2\epsilon}{\epsilon_1 + \epsilon_2}\right)^2\frac{4E_o}{(2n+1)^2}. \qquad (9)$$

Формула (9) вряд ли однако имеет область применимости для $n = 0$, так как требуемые для этого малые эффективные массы связаны обычно с узкими запрещенными зонами $E_g$ в электронном спектре и его сильной непараболичностью [4] – $E_p = E_{go}\left[1 + \frac{p^2}{mE_{go}}\right]^{1/2}$. В пленках из-за эффекта размерного квантования увеличивается $E_g$, а вместе с тем и эффективное значение массы, так что автоматически остаются выполнеными условия применимости формулы (3) для $V(\rho)$. С учетом непараболичности

$$a = \frac{1}{2}\sqrt{a_o d}\left[1 + \frac{1}{mE_{go}}\left(\frac{\pi\hbar}{d}\right)^2\right]^{-1/4} = \frac{1}{2}\sqrt{\epsilon d}\left[\left(\frac{me^2 d}{\hbar^2}\right)^2 + \pi^2\frac{e^4 m}{\hbar^2 E_{go}}\right], \tag{10}$$

$$E_o(d) = -\frac{e^2}{\epsilon d}\ln\left[\left(\frac{2\epsilon}{\epsilon_1 + \epsilon_2}\right)^2\sqrt{\left(\frac{d}{a_o}\right)^2 + 2\pi^2\frac{E_o}{E_{go}}}\right]. \tag{11}$$

Соотношение $m$ и $E_{go}$ таково [4], что обычно $e^4 m/\hbar^2 E_{go} \sim 1$, так что формулы (10) – (11) справедливы для всех $d << a_o$, если только

$$\frac{4\epsilon}{(\epsilon_1 + \epsilon_2)^2} >> 1.$$

Физический институт
им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
28 апреля 1979 г.

## Литература

[1] R.J.Elliot. Polarons and Esitons. Oliver and Boyd. London, 1963; H.I.Ralph. Solid State Com., 3, 303, 1965.

[2] В.Л.Гинзбург, В.В.Келле. Письма в ЖЭТФ, 17, 428, 1973.

[3] Yu.E.Lozovik, V.I.Yudson. Phys. Lett., 56A, 393, 1976.

[4] E.O.Kane. J.Phys. Chem. Solids, 1, 249, 1957.