

О ЛОКАЛИЗОВАННЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЯХ В ФЕРРОМАГНЕТИКАХ

Б.А.Иванов, А.М.Косевич, И.М.Бабич

Получено аналитическое решение для одномерного солитона намагниченности в ферромагнетике с учетом магнито-дипольного взаимодействия. Это решение отвечает периодическому движению намагниченности в солитоне при неподвижном его центре тяжести, и в пределе описывает рассеяние двух доменных границ.

В последние годы возрос интерес к исследованию нелинейных уединенных волн намагниченности в магнетиках (магнитных солитонов) [1]. Существует исчерпывающее описание динамики магнитных солитонов в одномерной модели ферромагнетика, не включающей магнито-дипольного взаимодействия, основанное на методе обратной задачи теории рассеяния [2]. Однако нам представляется весьма желательным учесть магнито-дипольное взаимодействие и тем самым выйти за рамки такой модели. Это тем более важно, что пренебрежение подобным взаимодействием значительно обедняет систему, в частности, исключает существование движущихся доменных стенок [3].

В настоящей работе мы приводим аналитические решения, описывающие магнитные солитоны в одноосном ферромагнетике с учетом магнито-дипольного взаимодействия. Насколько нам известно, подобный анализ проводился ранее только численными методами [4].

Рассмотрим плоскую волну намагниченности распространяющуюся перпендикулярно "легкой оси" (оси z). Используя обычное для ферромагнетика условие $M^2 = M_0^2$, представим вектор намагниченности M в виде

$$M_x = M_0 \sin\theta \cos\phi, \quad M_y = M_0 \sin\theta \sin\phi, \quad M_z = M_0 \cos\theta. \quad (1)$$

Если направление распространения волны выбрать в качестве оси x , то угловые переменные θ и ϕ будут функциями x и времени t .

В безразмерных единицах (единица длины равна толщине блоховской доменной границы, а единица времени — обратной частоте однородного ферромагнитного резонанса в системе без магнито-дипольного взаимодействия) уравнения для θ и ϕ принимают вид:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \left[1 + \epsilon \cos^2 \phi + \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 \right] \sin\theta \cos\theta + \frac{\partial \phi}{\partial t} \sin\theta = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\sin^2 \theta \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \epsilon \sin^2 \theta \sin\phi \cos\phi - \frac{\partial \theta}{\partial t} \sin\theta = 0.$$

Уравнения (2) — это обычные уравнения Ландау — Лифшица без диссипации, где ϵ — параметр, характеризующий отношение энергии магнито-дипольного взаимодействия к энергии анизотропии ($\epsilon > 0$).

Уравнения (2) обладают локализованным в пространстве и периодическим во времени решением:

$$\phi = \phi(t), \quad \theta = \theta(x, t),$$

в котором функция $\theta(x, t)$ исчезает на бесконечности ($x = \pm \infty$). Это решение является однопараметрическим и выглядит так:

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1 - \Omega}{\Omega + \epsilon \cos^2 \phi(t)} \frac{1}{\operatorname{ch}^2(x \sqrt{1 - \Omega})}, \quad (3)$$

$$\operatorname{tg} \phi = \sqrt{(\Omega + \epsilon) / \Omega} \operatorname{tg}(\omega t + \gamma),$$

где параметр Ω изменяется в интервале $(0, 1)$ и определяет частоту периодического движения $\omega = \sqrt{\Omega(\Omega + \epsilon)}$, а γ — произвольная начальная фаза. Если положить $\epsilon = 0$, то $\phi = \omega t + \gamma$, и решение (3) переходит в солитоны неоднородной прецессии намагниченности [5].

В предельном случае $\Omega \rightarrow 1$ частота ω приближается к границе частот спиновых волн: $\omega \rightarrow \sqrt{1 + \epsilon}$, а амплитуда солитона становится исчезающе малой в меру величины $\sqrt{1 - \Omega}$.

Более интересен предельный переход $\Omega \rightarrow 0$ ($\omega \rightarrow 0$). Если фаза γ произвольна ($\gamma \neq \pi n$, n — целое число), то в пределе получаем решение, описывающее покоящуюся блоховскую стенку:

$$\cos \phi = 0, \quad \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = e^{\pm x}. \quad (4)$$

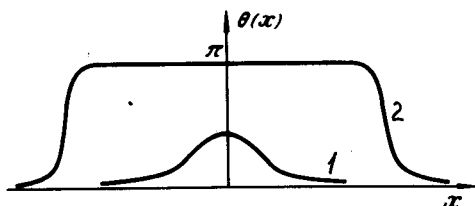
Если же $\gamma = \pi n$, то при конечных временах и $\Omega = 0$ имеем

$$\operatorname{tg} \phi = \epsilon t, \quad \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1 + \epsilon^2 t^2}{\epsilon} \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}. \quad (5)$$

При $\Omega \ll \epsilon$ график функции $\theta = \theta(x)$ периодически смещается между кривой $\theta = \theta_{\min}(x)$ при $\omega t + \gamma = \pi n$ (кривая I на рисунке) и кривой $\theta = \theta_{\max}(x)$ при $\omega t + \gamma = \pi n + \pi/2$ (кривая II на рисунке). Вид кривой I определяется формулами (3), в которых $\phi = 0$ и $\Omega = 0$. Вершина графика I отвечает $\theta_{\min}(0) = 2 \operatorname{arctg}(1/\sqrt{\epsilon})$. Кривая 2 существенно отличается от I: она описывается формулой

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1}{\Omega \operatorname{ch}^2 x},$$

из которой следует, что в широкой области $\Delta x \sim |\ln \sqrt{\Omega}| \gg 1$ функция $\theta_{\max}(x)$ имеет плато $\theta \approx \pi$, которое заканчивается резким спадом на узком участке ($\Delta x \sim 1$) до нуля. Таким образом, решение (3) при $\Omega \ll \epsilon$ описывает колебательное движение двух сильно взаимодействующих доменных стенок, периодически удаляющихся друг от друга на расстоянии $\Delta x \sim |\ln \sqrt{\Omega}|$.



Предельное решение (5) является частным случаем аperiodических решений, существующих при $-\epsilon < \Omega < 0$:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \phi &= \sqrt{(\epsilon + \Omega) / |\Omega|} \operatorname{th} \left(t \sqrt{|\Omega| (\epsilon + \Omega)} \right), \\ \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} &= \frac{1 - \Omega}{|\Omega| (\epsilon + \Omega)} \frac{|\Omega| + \epsilon \operatorname{sh}^2 \left(t \sqrt{|\Omega| (\epsilon + \Omega)} \right)}{\operatorname{ch}^2 \left(x \sqrt{1 - \Omega} \right)}, \end{aligned} \quad (6)$$

Можно убедиться, что решение (6) при $t \rightarrow \pm \infty$ описывает две сближающиеся (или разбегающиеся) с постоянной скоростью доменные стенки, каждая из которых в точности отвечает уокеровскому решению [3]. Действительно, как легко видеть, при $|\Omega| t \rightarrow \infty$ и $|x| \rightarrow \infty$ из (6) следует

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} &= \frac{\sqrt{\epsilon}}{V} \exp \left\{ -\sqrt{1 - \Omega} (x - Vt) \right\}, & x > 0, \\ \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} &= \frac{\sqrt{\epsilon}}{V} \exp \left\{ +\sqrt{1 - \Omega} (x + Vt) \right\}, & x < 0, \end{aligned} \quad (7)$$

где скорость V (в безразмерных единицах) равна

$$V = [|\Omega| (\epsilon + \Omega) / (1 - \Omega)]^{1/2}, \quad -\epsilon < \Omega < 0.$$

Ясно, что (7) соответствует двум симметрично разбегающимся доменным границам (частному случаю (5) отвечает $V = 0$). При $|\Omega| t \rightarrow -\infty$ мы бы получили две сближающиеся блоховские стенки. В момент времени $t = 0$ сближающиеся стенки останавливаются, и далее начинается процесс их разбегания. В момент наибольшего сближения стенок имеют

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1 - \Omega}{\epsilon + \Omega} \frac{1}{\operatorname{ch}^2 \left(x \sqrt{1 - \Omega} \right)}. \quad (8)$$

Из (8) следует, что при $\epsilon - |\Omega| \ll 1$ блоховские стенки не теряют своей индивидуальности и минимальное расстояние между ними оказывается большим $\Delta x \sim |\ln(\epsilon + \Omega)|$. Если же $\epsilon - \Omega \gg 1$, то сближаясь, блоховские стенки сильно деформируются и теряют свою форму.

Литература

- [1] А.М.Косевич, Б.А.Иванов, А.С.Ковалев. Сб. Нелинейные волны, М., изд. Наука, 1979; стр. 45.
- [2] M.L.Lakshmanan. Phys. Lett., 61A, 53, 1977; L.A.Takhtajan. Phys. Lett., 64A, 235, 1977; А.Е.Боровик. Письма в ЖЭТФ, 28, 529, 1978.
- [3] А.Хуберт. Теория доменных стенок в упорядоченных средах. М., изд. Мир, 1977, стр. 100.
- [4] В.М. Елеонский, Н.Н.Кирова, И.Е.Кулагин. ЖЭТФ, 74, 1814, 1978.
- [5] Б.А.Иванов, А.М.Косевич. ЖЭТФ, 72, 2000, 1977.
-