Письма в ЖЭТФ, том 30, вып. 7, стр. 463 – 467 *5 октября 1979 г.*

СОЛИТОНЫ В ЯДЕРНОЙ МАТЕРИИ

Н.Н.Курилкин, И.Н.Мишустин, В.А.Ходель

Исследовано распространение волн конечной амплитуды в холодной ядерной материи. Показано, что при учете нелинейных членов в уравнениях теории ферми-жидкости возникают решения типа уединенных волн – солитоны.

В последние несколько лет благодаря развитию физики тяжелых ионов значительно возрос интерес к нелинейным явлениям в ядерных системах. Теоретическое описание этих явлений в основном базируется на гидродинамическом подходе, который привел к идее возможного распространения ударных волн в ядерном веществе [1 – 3]. Однако на этом пути имеются принципиальные трудности, связанные с тем, что ядерное вещество является квантовой, а не классической жидкостью.

Микроскопическое рассмотрение квантовых аспектов проблемы в линейном приближении было начато Румянцевым [4, 5]. В этой работе мы исследуем те новые явления, которые обусловлены нелинейными эффектами. Мы рассмотрим стационарные движения с конечной амплитудой в холодной ядерной материи и покажем, что возможно распространение нелинейных волн – солитонов. Простое аналитическое описание, предлагаемое ниже, применимо лишь для волн сравнительно небольшой амплитуды, однако, как нам кажется, возникающая при этом физическая картина справедлива в более общей ситуации.

Рассмотрим стационарную одномерную волну плотности, распространяющуюся с постоянной скоростью u в направлении z. Обозначим через $V(\xi)$, где $\xi = z - ut$, изменение самосогласованного ядерного поля. Плотность нуклонов $\rho(\xi)$ в этом поле можно рассчитать с помощью уравнения Шредингера. Если характерный размер возмущения Δ велик по сравнению с расстоянием между частицами, то можно использовать квазиклассическое приближение [6, 7], которое дает

$$\rho(\xi) = \int \frac{k - q_z}{p(\xi)} \left[1 - \frac{mV''}{4p^4(\xi)} - \frac{5(mV')^2}{8p^6(\xi)} \right] \theta(p_F^2 - q^2) \frac{4\, d^3q}{(2\pi)^3}, \qquad (1)$$

где $p(\xi) = [(k - q_z)^2 - 2mV(\xi)]^{1/2}$, $k = mu$, m – масса нуклона. Когда $V(\xi)$ имеет характер барьера, то при $V(\xi) > (k - p_F)^2/2m$ возникает классически запрещенная область. При этом классический вклад в плотность вносят лишь состояния с импульсом $q_z \leqslant k - \sqrt{2mV(\xi)}$. Вычисление квантового вклада подбарьерной области и отраженных частиц требует привлечения численных методов.

Второе соотношение между ρ и V вытекает из условия самосогласования, которое связывает их через локальную амплитуду взаимодействия квазичастиц $F(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$. В системе покоя солитона, где ρ и V не зависят от времени, оно может быть получено с помощью обобщенного тождества Уорда для систем с нарушенной трансляционной симметрией [8] и имеет вид

$$\nabla V(\vec{\xi}) = \int F(\vec{\xi}, \vec{\xi}')\, \nabla \rho(\vec{\xi}')\, d^3\xi'. \qquad (2)$$

Для F мы будем использовать выражение, которое во всяком случае, справедливо для длинноволновых возмущений:

$$\frac{mp_F}{\pi^2} F(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = (f_0 + b_0 \chi + d_0 \nabla^2)\, \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \qquad (3)$$

где $\chi(\xi) \equiv \rho(\xi)/\rho_0 - 1$, $\rho_0 = 2p_F^3/3\pi^2$ – невозмущенная плотность ядерной материи. Последний член в квадратных скобках обеспечивает дисперсию коллективных возбуждений. К сожалению, параметры f_0 и b_0 известны не очень точно ($f_0 \lesssim 0{,}5$; $b_0 \approx 2$ [9]), а экспериментальная информация о d_0 вовсе отсутствует.

Подставляя (3) в (2), находим

$$\frac{V}{\epsilon_F} \equiv v = \frac{4}{3}\left[f_0 \chi + \frac{b_0}{2}\chi^2 + d_0 \frac{d^2\chi}{d\xi^2} \right]. \qquad (4)$$

В итоге мы получаем два связанных дифференциальных уравнения для χ и v. Из (2) и (4) можно получить первый интеграл, понижающий порядок системы уравнений:

$$\frac{2d_0}{3}(\chi')^2 - d_1(v)(v')^2 + W(\chi, v) = 0, \tag{5}$$

где

$$d_1(v) = \frac{p_F^2}{4\rho_0} \int \frac{k - q_z}{p^5(\xi)}\, \theta(p_F^2 - q^2)\, \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \;.$$

"Потенциальная энергия" $W(\chi, v)$ определяется соотношением

$$W(\chi, v) = \frac{2}{3} f_0 \chi^2 + \frac{2}{9} b_0 \chi^3 - \chi v - v + \frac{8}{p_F^2 \rho_0} \int (k - q_z)[k - q_z - p(\xi)] \times$$

$$\times\; \theta(p_F^2 - q^2)\frac{d^3q}{(2\pi)^3} \;. \tag{6}$$

Как показывает анализ система уравнений (2), (4) имеет решения типа уединенной волны (солитон). Для малых $v < (s-1)^2$ (где $s = k/p_F$). Эта система существенно упрощается и сводится к одному уравнению типа Кортевега – де Вриза:

$$D^+(s)\frac{d^2\chi}{d\xi^2} + L^+(s)\chi - \Lambda^+(s)\chi^2 = 0, \tag{7}$$

где

$$L^+(s) = 1 + f^+\Phi(s), \quad \Phi(s) = 1 - \frac{s}{2}\ln\frac{s+1}{s-1}, \quad f^+ = 2f_0 ,$$

$$D^+(s) = 2d_0\Phi(s) - [12p_F^2(s^2-1)^2\Phi(s)]^{-1},$$

$$\Lambda^+(s) = -b_0\Phi(s) + [6(s^2-1)^2\Phi^2(s)]^{-1}. \tag{8}$$

Это уравнение имеет хорошо известное решение:

$$\chi(\xi) = \chi_0 \operatorname{sech}^2\frac{\xi}{\Delta} \quad , \tag{9}$$

где

$$\chi_0 = 3L^+(s)/2\Lambda^+(s), \quad \Delta^2 = -4D^+(s)/L^+(s).$$

При $\chi \to 0$ (7) переходит в известное уравнение теории ферми-жидкости для скорости c_0 нулевого звука [10]. Строго говоря, решение (6) справедливо, когда s близко к $s_0 = c_0/v_F$ и солитон имеет малую амплитуду $\chi_0 \sim (s - s_0)$ и большой размер $\Delta \sim {}^1/_{p_F}|s - s_0|^{-1/2}$. При этом оказывается, что при $D^{+}(s_0) > 0$ (положительная дисперсия) величина $s < s_0$ и солитон отвечает разрежению ($\chi_0 < 0$), а при $D^{+}(s_0) < 0$ возникает сверхзвуковой ($s > s_0$) солитон уплотнения ($\chi_0 > 0$). Как известно, решение уравнения (7) с $\chi_0 > 0$ является абсолютно устойчивым, а при $\chi_0 < 0$ оно неустойчиво относительно поперечных возмущений.

В ядерной материи могут существовать и другие типы солитонов [11]: спиновые, изоспиновые и спин-изоспиновые. Особенно интересен последний тип, поскольку спин-изоспиновые движения связаны с пионными степенями свободы. Однопионный обмен в эффективном взаимодействии обеспечивает большую отрицательную дисперсию, необходимую для уравновешивания нелинейных членов. Спин-изоспиновая волна конечной амплитуды $\phi(\xi)$ всегда индуцирует изменение скалярной плотности $\chi(\xi)$. С учетом этого факта, аналогично тому, как это делалось выше, для $\phi(\xi)$ можно получить нелинейное уравнение типа Клейна – Гордона – Фока:

$$D^{-}(s)\frac{d^2\phi}{d\xi^2} + L^{-}(s)\phi - \Lambda^{-}(s)\phi^3 = 0, \qquad (10)$$

где $L^{-}(s) = 1 + g^{-}\Phi(s)$, $g^{-} \approx 1{,}6$ – безразмерная амплитуда взаимодействия квазичастиц в спин-изоспиновом канале. $D^{-}(s) < 0$ дается формулой (8), где $d_0 = 3m\rho_0 f^2/m_\pi^4 p_F^2$ ($f = 1{,}0$ – константа связи πN-взаимодействия). $\Lambda^{-}(s)$ – положительная функция s, выражение для которой мы не приводим здесь ввиду его громоздкости. Уравнение (10) при u, бо́льших скорости спин-изоспинового звука, имеет солитонное решение:

$$\phi(\xi) = \phi_0 \,\mathrm{sech}\,\frac{\xi}{\Delta}\ , \qquad \phi_0 = \frac{2L^{-}(s)}{\Lambda^{-}(s)}\ , \qquad \Delta^2 = -\frac{D^{-}(s)}{L^{-}(s)}\ .$$

Развитая теория целиком применима для описания волн конечной амплитуды и в других ферми-системах: нейтронных звездах и жидком He^3. По нашему мнению ядерные солитоны могли бы образовываться при столкновениях тяжелых ионов с энергией ~100 МэВ на нуклон в результате распада возникшего возмущения. Солитоны также должны сопровождать легкий ион высокой энергии, пролетающий сквозь тяжелое ядро, формируя нелинейный конус Маха. Спин-изоспиновые солитоны должны приводить к корреляции спина и изоспина вторичных нуклонов с их импульсом.

Развитая теория может быть обобщена для включения диссипативных процессов, играющих важную роль в динамике столкновения ядер. Весь затронутый круг проблем будет исследован в последующих публикациях.

В заключение авторы приносят глубокую благодарность А.Б.Мигдалу, С.Т.Беляеву, В.М.Галицкому, Ю.Б.Иванову, В.И.Петвиашвили и А.П.Платонову за полезное обсуждение.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
6 августа 1979 г.

Литература

[1] G.F. Chapline, M.H.Johnson, E.Letter, M.S.Weiss. Phys. Rev., D8, 4302, 1973.

[2] H.G.Baumgardt, J.V.Schott, Y.Sakamoto, E.Schopper, H.Stöcker, J.Hofmann, W.Scheid, W.Greiner. Z.Phys., A273, 359, 1975.

[3] M.Sobel, P.Siemens, J.Bondorf, H.Bethe. Nucl. Phys., A251, 502, 1975.

[4] Б.А.Румянцев. Письма в ЖЭТФ, 22, 114, 1975.

[5] Б.А.Румянцев. Материалы XII Зимней школы ЛИЯФ, 1977 г., стр. 97.

[6] А.И.Базь, Я.Б.Зельдович, А.М.Переломов. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. М., изд. Наука, 1973.

[7] L.Sham, W.Kohn. Phys. Rev., 137A, 1697, 1964.

[8] С.А.Фаянс, В.А.Ходель. Письма в ЖЭТФ, 17, 633, 1973.

[9] А.Б.Мигдал. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. М., изд. Наука, 1965.

[10] Л.Д.Ландау. ЖЭТФ, 35, 97, 1958.

[11] Н.Н.Курилкин, И.Н.Мишустин, В.А.Ходель. Тезисы докладов XXIX совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра (г. Рига, 27 – 30 марта 1979 г.). Л., изд. Наука, 1979 г., стр. 585.