

КАЛИБРОВОЧНЫЕ ТЕОРИИ И ПЕРЕМЕННОСТЬ ГРАВИТАЦИОННОЙ ПОСТОЯННОЙ В РАННЕЙ ВСЕЛЕННОЙ

А.Д.Линде

Показано, что учет взаимодействия гравитационного поля с материей приводит к сильной модификации гравитационной постоянной в ранней Вселенной, вплоть до изменения ее знака.

1. В последние годы часто обсуждаются модификации общей теории относительности (ОТО), в которых гравитационная постоянная G , предполагается медленно меняющейся со временем (см., например, [1]). Ниже будет показано, что уже в стандартной схеме ОТО с учетом эффектов, связанных с взаимодействием гравитационного поля с материей, гравитационная постоянная становится величиной, зависящей от времени. При этом модификация гравитационной постоянной в ранней Вселенной является столь сильной, что может привести в некоторых случаях к изменению ее знака.

2. Известно, что для учета взаимодействия скалярных, векторных и спинорных частиц ϕ , A_μ и ψ с гравитацией следует лагранжиан $L(\phi, A_\mu, \psi)$, в котором простые производные заменены на ковариантные, умножить на \sqrt{g} , где $g = \det g_{\mu\nu}$, и добавить к этому еще эйнштейновский лагранжиан $-\frac{\sqrt{g}}{16\pi G} R$, где R — скаляр кривизны. Обычно для улучшения некоторых свойств теории (комформная инвариантность, уменьшение числа расходимостей) добавляют также член $\frac{\sqrt{g}}{12} R\phi^2$ [2].

Полный лагранжиан в этом случае равен

$$L = \sqrt{g} \left\{ -\frac{1}{16\pi G} R + \frac{1}{12} R\phi^2 + L(\phi, A_\mu, \psi) \right\}. \quad (1)$$

Варьирование лагранжиана (1) по метрике $g_{\mu\nu}$ дает уравнения Эйнштейна

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = -8\pi G T_{\mu\nu}, \quad (2)$$

где $R_{\mu\nu}$ — тензор Риччи, а $T_{\mu\nu}$ — так называемый "улучшенный" тензор энергии-импульса, полученный в результате варьирования двух последних членов в (1).

Заметим теперь, что при наличии постоянного классического поля ϕ эффективная гравитационная постоянная, определяющая силу гравитационного взаимодействия элементарных частиц, вовсе не совпадает с константой G , входящей в (2), а равна, как следует из (1), величине

G_ϕ , где

$$\frac{1}{G_\phi} = \frac{1}{G} - \frac{4\pi}{3} \phi^2. \quad (3)$$

При рассмотрении взаимодействия частиц в вакууме модификация G (3) малоинтересна и представляет собой просто перенормировку гравитационной постоянной. Однако при учете эффектов, связанных с существованием вещества во Вселенной, ситуация резко меняется. Как известно, в калибровочных теориях, использующихся сейчас для описания слабых, сильных и электромагнитных взаимодействий, величина ϕ зависит от температуры и плотности среды [3]. По этой причине и эффективная гравитационная постоянная G_ϕ также становится функцией температуры и плотности, что приводит к существенной зависимости G_ϕ от времени на ранних стадиях эволюции Вселенной.

3. Предположим в качестве примера, что плотность нейтрино во Вселенной сильно превышает плотность фотонов (такая возможность не противоречит современным космологическим данным [4]). Предположим также, что константа взаимодействия λ скалярных мезонов ϕ друг с другом достаточно мала: $\lambda \ll e^2 \ll 1$, где e — заряд электрона (все качественные выводы останутся справедливыми и для $\lambda \sim e^2$). В этом случае из [5, 6] в рамках теории слабых и электромагнитных взаимодействий Вайнберга — Салама [7] следует, что (с точностью до несущественных поправок, связанных с конечностью радиуса кривизны Вселенной [8]) величина ϕ в ранней Вселенной была равна

$$\phi = \left(\frac{e n_\nu}{\lambda \sin \theta} \right)^{1/3}, \quad (4)$$

где θ — угол Вайнберга [7] ($\sin \theta \sim 1/2$), а n_ν — плотность нейтрино. Тензор энергии-импульса с точностью до высших поправок по λ и e^2 сводится к тензору энергии-импульса ультрарелятивистского ферми-газа с уравнением состояния $p = \epsilon/3$, где p — давление, а плотность энергии ϵ , согласно [6], равна

$$\epsilon = T_{00} = \frac{3}{8\pi^2} n_\nu^{4/3}. \quad (5)$$

Эволюция Вселенной, заполненной веществом с $p = \epsilon/3$, идет вполне стандартным образом, см. [9]. При этом, однако, гравитационная постоянная G_ϕ , согласно (3), (4), (5), зависит от плотности вещества:

$$G_\phi^{-1} = G^{-1} - \frac{4\pi}{3} \left(\frac{e n_\nu}{\lambda \sin \theta} \right)^{2/3} = G^{-1} - \frac{16\pi^2}{3\sqrt{6}} \left(\frac{e}{\lambda \sin \theta} \right)^{2/3} \epsilon^{1/2}. \quad (6)$$

Отсюда видно, что при $\epsilon = \epsilon_c$, где

$$\epsilon_c = \frac{54}{(16\pi^2)^2} \left(\frac{\lambda \sin \theta}{e} \right)^{4/3} G^{-2}, \quad (7)$$

эффективная гравитационная постоянная становится бесконечной, а при дальнейшем увеличении ϵ величина G_ϕ меняет знак, асимптотически становится равной

$$G_\phi = - \frac{3}{4\pi} \left(\frac{\lambda \sin \theta}{en_\nu} \right)^{2/3} = - \frac{3\sqrt{6}}{16\pi^2} \left(\frac{\lambda \sin \theta}{e} \right)^{2/3} \epsilon^{-1/2}, \quad (8)$$

и убывает до нуля при $\epsilon \rightarrow \infty$, т. е. вблизи космологической сингулярности.

Следует отметить, что критическая плотность ϵ_c при $\lambda \lesssim e^2$ гораздо меньше планковской плотности $\epsilon_{pl} \sim G^{-2}$, при которой, как обычно считают, становится необходимым учет квантовогравитационных эффектов. Поэтому всюду при $\epsilon \lesssim \epsilon_c$, кроме малой окрестности самой точки ϵ_c (аналогично тому, как это обычно бывает в теории фазовых переходов), а также и дальше, при $\epsilon_c < \epsilon < \epsilon_{pl}$, наши результаты являются вполне надежными. Более того, можно показать, что уменьшение эффективно-й константы связи G_ϕ вблизи сингулярности смещает и саму величину планковской плотности, которая в связи с этим сильно возрастает и становится равной $\epsilon_{pl} \sim (e/\lambda \sin \theta)^{4/3} G^{-2} \gg G^{-2}$.

Таким образом, существенная модификация гравитационной постоянной в ранней Вселенной не является артефактом использованного приближения, и если квантовогравитационные поправки, существенные вблизи $\epsilon = \epsilon_c$, не приводят к отсутствию сингулярности, то при больших плотностях величина G_ϕ должна была быть отрицательной, что соответствовало бы гравитационному отталкиванию. Полученные результаты могут оказаться важными для изучения физических процессов на самых ранних стадиях эволюции Вселенной.

Заметим, что в случае, когда плотность фотонов во Вселенной больше плотности нейтрино (а именно такая возможность представляется наиболее вероятной), основной вклад в зависимость эффективной гравитационной постоянной от времени будут давать температурные поправки. Теория изменения гравитационной постоянной со временем для этого случая несколько сложнее, чем для случая рассмотренного выше, и будет содержаться в отдельной публикации.

В заключение автор выражает глубокую признательность Я.Б.Зельдовичу, Р.Э.Каллош и Е.С.Фрадкину за важные обсуждения и замечания.

Физический институт
им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
15 августа 1979 г.

Литература

- [1] P.A.M.Dirac. Proc. Roy. Soc. Lond., A333, 403, 1973.
[2] Р.Пенроуз. Сб. Гравитация и топология, М., изд. Мир, 1966;
N.A.Chernikov, E.A.Tagirov. Ann. Inst. H.Poincare, 9A, 109, 1968;
G.'t Hooft, M.Veltman. Ann. Inst. H.Poincare, 20, 69, 1974.

- [3] Д.А.Киржниц. УФН, 125, 169, 1978; A.D.Linde. Rep. Progr. Phys., 42, 389, 1979.
- [4] A.D.Linde. Phys. Lett., 83B, 311, 1979.
- [5] A.D.Linde. Phys. Rev., D14, 3345, 1976; И.В.Криве, А.Д.Линде, Е.М.Чудновский. ЖЭТФ, 71, 825, 1976.
- [6] A.D.Linde. Lebedev Inst. preprint No 38, 1979, to be published in Phys. Lett.
- [7] "Квантовая теория калибровочных полей". Сб. статей. М., изд. Мир, 1977.
- [8] А.А.Гриб, В.М.Мостепаненко, В.М.Фролов. ТМФ, 33, 42, 1977.
- [9] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Теория поля, М., изд. Наука, 1967.
-