Письма в ЖЭТФ, том 30, вып.9, стр. 596 – 600 *5 ноября 1979 г.*

АВТОМОДЕЛЬНАЯ ВОЛНА ОХЛАЖДЕНИЯ В ПЛАЗМЕ С МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Г.Е.Векштейн

В работе показано, что поток тепла из замагниченной плазмы высокого давления может быть аномально большим, так что эффективная теплопроводность такой плазмы оказывается порядка бомовской при классических кулоновских коэффициентах переноса.

При импульсном нагреве плотной плазмы ее давление может оказаться значительно больше давления магнитного поля ($\beta = 8\pi nT/H^2 >> 1$), вследствие чего горячая плазма приходит в контакт с холодными стенками. Эффективность нагрева плазмы в таких экспериментах [1, 2] определяется скоростью ее остывания, которую обычно оценивают по теплопроводности горячей плазмы. Однако остывание плазмы с большим β обладает рядом особенностей, связанных с возникновением течения плазмы и образованием переходного пристеночного слоя. В результате происходит значительное увеличение потока тепла из горячей плазмы, а время ее остывания становится много меньше классического.

Пусть в начальный момент времени однородная горячая плазма с температурой T_0 и плотностью n_0 занимает полупространство $x > 0$, а при $x = 0$ граничит со стенкой, имеющей нулевую температуру. Магнитное поле направлено параллельно плоскости стенки и служит для подавления теплопроводности плазмы. Его величина H_0 такова, что плазма сильно замагничена, так что параметр замагниченности ионов $(\omega_{Hi}\tau_i)_0 \equiv \delta_0 >> 1$. В то же время давление магнитного поля мало: $\beta_0 = 8\pi n_0 T_0 / H_0^2 >> 1$, и условие механического равновесия, устанавливающегося за время, много меньшее времени остывания плазмы, записывается так:

$$nT = \text{const} = n_0 T_0 . \tag{1}$$

Из постоянства давления плазмы (1) следует, что при понижении температуры в пристеночном слое возрастает плотность, т.е. возникает течение плазмы к стенке, которое нужно учитывать в уравнении теплопроводности:

$$\frac{3}{2}\,\frac{\partial (nT)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\kappa\,\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{5}{2}\,nTv\right) \tag{2}$$

(здесь и ниже v – абсолютная величина скорости плазмы). Отсюда видно, что полный поток тепла не меняется в пространстве и зависит только от времени:

$$\kappa\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{5}{2}\,nTv = \frac{5}{2}\,n_0 T_0 v_0 , \tag{3}$$

где $v_0(t)$ — скорость течения горячей плазмы при $x \to +\infty$. Как будет видно из дальнейшего, с понижением температуры в пристеночной области скорость плазмы v быстро падает ($v \approx v_0 T/T_0$), так что конвективный поток тепла существен только в области горячей плазмы с $T \sim T_0$, а при $T << T_0$ главную роль играет теплопроводность:

$$\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \approx \frac{5}{2} n_0 T_0 v_0 . \tag{4}$$

Так как коэффициент теплопроводности κ существенно зависит от магнитного поля, уравнение (4) нужно решать совместно с уравнением, описывающим эволюцию магнитного поля, которое при $\beta >> 1$ может сильно деформироваться из-за движения плазмы и термоэлектрических эффектов (эффект Нернста) [3]:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{c^2}{4\pi\sigma_\perp} \frac{\partial H}{\partial x} + vH + \frac{c}{e} \beta_л \frac{\partial T}{\partial x}\right) \tag{5}$$

Как видно, эффект Нернста приводит к дополнительному сносу магнитного поля из горячей плазмы к стенке со скоростью $V_H = \frac{c}{eH} \beta_л \frac{\partial T}{\partial x}$, которую удобно связать со скоростью течения горячей плазмы v_0. Воспользуемся простой моделью для коэффициентов переноса $\beta_л$ и κ [3]:

$$\beta_л = \begin{cases} (\omega_{He}\tau_e)^{-1}, \text{ при } \omega_{He}\tau_e > 1 \\ \omega_{He}\tau_e, \text{ при } \omega_{He}\tau_e < 1 \end{cases} ; \quad \kappa = \begin{cases} ncT/eH(\omega_{Hi}\tau_i), & \omega_{Hi}\tau_i > 1 \\ ncT/eH & 1 < \omega_{He}\tau_e < (M/m)^{1/2} \\ \dfrac{ncT}{eH}(\omega_{He}\tau_e), & \omega_{He}\tau_e < 1 \end{cases} \tag{6}$$

Теперь из (1), (4) и (6) можно получить, что

$$V_H = \begin{cases} \dfrac{5}{2}(m/M)^{1/2} v_0, & \omega_{Hi}\tau_i > 1 \\ \dfrac{5}{2} v_0/(\omega_{He}\tau_e), & 1 < \omega_{He}\tau_e < (M/m)^{1/2}. \\ \dfrac{5}{2} v_0, & \omega_{He}\tau_e < 1 \end{cases} \tag{7}$$

Отсюда следует, что в горячей плазме магнитное поле выносится течением вещества, а в холодной пристеночной области вынос поля связан с эффектом Нернста. Профиль магнитного поля, т.е. решение уравнения (5), существенно зависит от граничного условия на стенке. Здесь мы рассмотрим случай непроводящей стенки, когда эффект возрастания тепловых потерь проявляется особенно сильно. Магнитное поле на стенке остается при этом равным своему начальному значению: $H(x = 0) = 1$. Поскольку в задаче отсутствует характерный масштаб длины, решение должно быть автомодельным, а автомодельную переменную естественно связать с температуропроводностью горячей плазмы χ_0:

$$\xi = x/(\chi_0 t)^{1/2}, \quad T(x,t) = T_0 T(\xi), \quad n = \frac{n_0}{T(\xi)}, \quad H = H_0 H(\xi), \quad v = \left(\frac{\chi_0}{t}\right)^{1/2} u(\xi), \tag{8}$$

где $T(\xi)$, $H(\xi)$, $u(\xi)$ – безразмерные функции. Усиление потока тепла на стенку выражается в этих обозначениях в том, что $u(+\infty) = u_0 >> 1$. Вместо (5) получаем теперь:

$$-\frac{\xi}{2}\frac{\partial H}{d\xi} = \frac{d}{d\xi}\left\{\frac{(m/M)^{1/2}}{\beta_0 T^{3/2}}\frac{dH}{d\xi} + (u + V_H)H\right\}. \tag{9}$$

Так как при $\xi = 0, H = 1$, а $V_H \sim u_0$, то выносимый на стенку магнитный поток по порядку величины равен потоку магнитного поля из горячей плазмы, и при $u_0 >> 1$ эти потоки велики. Это позволяет пренебречь левой частью уравнения (9), т.е. считать магнитный поток постоянным. Кроме того, вклад в этот поток магнитной вязкости мал, так как она содержит в знаменателе большой параметр β_0 (ниже условие малости будет уточнено). Тогда магнитное поле определяется из простого условия:

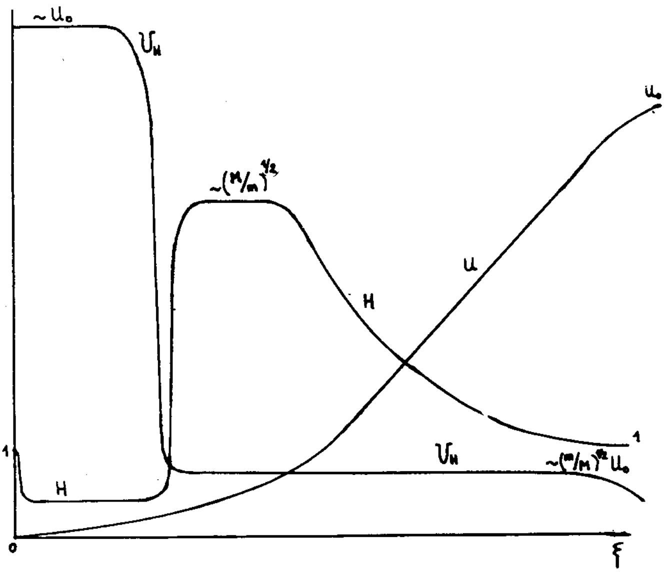
$$(u + V_H)H = u_0. \tag{10}$$

Учитывая, что $u \approx u_0 T$ и (7), получаем, что при $T >> (m/M)^{1/2}$ магнитное поле вморожено в плазму, так что $H \approx n = 1/T$. Затем, при $T \sim (m/M)^{1/2}$, вступает в игру эффект Нернста, и магнитное поле остается порядка $(M/m)^{1/2}$ до температуры $T_1 \sim (m/M)^{1/5} \delta_0^{-2/5}$, где ионы размагничиваются: $(\omega_{Hi} \tau_i)_1 \approx 1$ (мы считаем, что $\delta_0 > (M/m)^{3/4}$, а $\beta_0 > M/m$). Здесь магнитное поле уменьшается скачком до величины $H_1 = 2/5$ и остается таковым до $T = 0$, где скачком становится равным единице. Учет магнитной диффузии приводит, естественно, к сглаживанию профиля поля. Можно показать, что при $\beta_0 > M/m$, когда магнитное давление в переходном слое остается меньше давления плазмы, скачки размываются слабо. При этом магнитная вязкость меньше температуропроводности плазмы, так что скачки магнитного поля аналогичны известному в гидродинамике явлению изотермического скачка плотности в ударных волнах [4], для которого необходима малость обычной вязкости. Профили H, u, V_H приведены для наглядности на рисунке.

Зная магнитное поле, из уравнения (4) можно определить профиль температуры $T(\xi)$, куда u_0 входит как неизвестный пока параметр. В результате получается, что при $T < T_1$ $\xi \sim \delta_0^2 (M/m)^{1/2} T^{7/2}/u_0$, в области $T_1 < T < (m/M)^{1/2}$ величина ξ меняется мало: $\xi \sim \xi_1 \sim$ $\sim \delta_0^{3/5} (m/M)^{1/5}/u_0$, а затем ξ растет по мере приближения к температуре горячей плазмы: $\xi \sim \frac{1}{u_0} \operatorname{arcth} T^{1/2}$ при $T \to 1$. Для нахождения u_0 нужно воспользоваться уравнением непрерывности, которое в автомодельных переменных записывается так:

$$\frac{\xi}{2} \frac{dn}{d\xi} + \frac{d}{d\xi}(nu) = 0. \tag{11}$$

Учитывая, что $n = 1/T$, получаем отсюда поток плазмы $nu = \int_0^T \frac{\xi(T)}{2T^2} dT$ и уравнение для u_0: $u_0 = \int_0^1 \frac{\xi(T)}{2T^2} dT$. Основной вклад в последний интеграл дает область с температурой $T \sim T_1$ и в нашей модели (6) величина $u_0 = (\delta_0/5)^{1/2} >> 1$. Картина течения плазмы получается следующей. Поток вещества из горячей плазмы "оседает" не на стенке, а в области $T \sim T_1$. Поэтому при $T > T_1$ поток постоянен: $nu = \text{const}$ и $u = u_0 T$, чем мы уже ранее пользовались. При $T < T_1$ поток плазмы быстро падает и обращается в нуль на стенке.



Структура переходного слоя в безразмерных переменных: H — магнитное поле, u — скорость течения плазмы, U_H — скорость сноса магнитного поля из-за эффекта Нернста

Возвращаясь теперь к обычным переменным, мы получаем, что поток тепла на стенку $q = (\omega_{Hi} \tau_i)_0^{1/2} n_0 T_0 (\chi_0/5t)^{1/2}$. Отсюда видно, что эффективная теплопроводность плазмы $\kappa_{эфф} \sim \kappa_0 (\omega_{Hi} \tau_i)_0 \sim$ $\sim n_0 c T_0 / eH_0$ оказывается совпадающей по порядку величины с известной формулой Бома.

Институт ядерной физики
Академии наук СССР
Сибирское отделение

Поступила в редакцию
20 августа 1979 г.

Литература

[1] E.P.Velikhov. Comments on Plasma Physics, 1, 171, 1972.

[2] R.A.Gross. Nuclear Fusion, 15, 729, 1975.

[3] С.И.Брагинский. Сб. Вопросы теории плазмы, 1, 183, 1963.

[4] Л.Д.Ландау, Е.М.Лившиц. Механика сплошных сред, М., 1952, стр.362.