Письма в ЖЭТФ, том 30, вып. 11, стр. 719 – 723 *5 декабря 1979 г.*

СПЕКТР РЕЛИКТОВОГО ГРАВИТАЦИОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ И НАЧАЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ ВСЕЛЕННОЙ

А.А.Старобинский

Рассмотрена феноменологическая модель Вселенной, в которой до начала классического фридмановского расширения Вселенная находилась в максимально симметричном квантовом состоянии. Вычислен спектр длинноволнового фонового гравитационного излучения, возникающего в такой модели. Возможности детектирования этого излучения в диапазоне $10^{-3} - 10^{-5}$ Гц являются обнадеживающими.

В настоящее время теория квантовых эффектов в сильных гравитационных полях является уже достаточно развитой, чтобы можно было серьезно поставить вопрос о том, каково было состояние Вселенной до начала ее классического расширения по фридмановскому закону ($a(t) \propto \sqrt{t}$ при $t > 0$ и $p = \epsilon/3$), иными словами, что было до "большого взрыва". Очевидно, что информацию об этой "дофридмановской" стадии могут сохранить только наиболее слабо взаимодействующие частицы — гравитоны, возникшие на дофридмановской или в начале фридмановской стадии и образующие в современную эпоху стохастический нетепловой фон излучения. Как было ранее показано автором [1], если фоновое излучение является изотропным, то наиболее важная и интересная для нас информация содержится в показателе наклона спектра излучения

$$a = \frac{d \ln n_{\mathbf{k}}(\omega)}{d\omega} = \frac{d \ln \epsilon(\omega)}{d\omega} - 3 \tag{1}$$

в области $\nu < 10^{11}$ Гц, т. е. ниже максимума в спектре реликтового электромагнитного излучения (далее эта область будет называться длинноволновой). Здесь $n_{\mathbf{k}}(\omega)$ — число заполнения моды с $|\mathbf{k}| = \omega/c$, $\epsilon(\omega)$ — спектральная плотность энергии гравитационноволнового фона, проинтегрированная по углам. В ситуациях, рассмотренных в [1] и в настоящей работе, спектр фона в длинноволновой области является степенным ($a = \mathrm{const}$). Если фон анизотропен, то величина a, определенная согласно первому равенству в (1), зависит от угла.

Причина, по которой именно a несет наиболее ценную информацию, заключается в том, что значение a нечувствительно к физике переходной стадии при $|t| \sim t_g = \sqrt{G\hbar/c^5}$, о которой у нас нет данных. Например, в [1] была рассмотрена феноменологическая несингулярная модель эволюции Вселенной, когда при $t \ll -t_g$ происходило классическое изотропное сжатие по закону $a(t) = a_1|t|^{q_1}$ ($a(t)$ — масштабный фактор фридмановской модели), при $t \gg t_g$ — классическое изотропное расширение по закону $a(t) = a_2 t^{q_2}$, а в области $|t| \sim t_g$ величина $a(t)$ из-за квантовых эффектов проходила через минимум, причем конкретный вид $a(t)$ в этой области не постулировался. Модели такого типа возникают при учете однопетлевых квантовых поправок к уравнениям Эйнштейна [2]. При $|t| \sim t_g$ метрика пространства-времени флуктуирует, поэтому под $a(t)$ имеется в виду среднее значение масштабного фактора. Если кривизна пространства-времени нигде не превосходит планковской (l_g^{-2}), то можно ожидать, что флуктуации будут не слишком большими.

В результате, если предположить, что при $t = -\infty$ гравитоны отсутствовали (или их числа заполнения $n_{\mathbf{k}}(-\infty) < 1$), то при $t \to +\infty$ и $1/3 < q_i < 1$, $i = 1, 2$, имеем [1]:

$$n_{\mathbf{k}}(\omega, +\infty) = A(a\omega)^a, \qquad \epsilon(\omega) = \frac{\omega^3}{\pi^2} n_{\mathbf{k}}(\omega),$$

$$a = -2(\mu_1 + \mu_2), \quad \mu_i = \frac{3q_i - 1}{2(1 - q_i)}, \tag{2}$$

$$A = b_1^2 b_2^2 \pi^{-2} 2^{-a} \Gamma^2(\mu_1 + 1)\,\Gamma^2(\mu_2 + 1)\left[\int_{-\infty}^{\infty} dt\, a^{-3}(t)\right]^2,$$

$$b_i = [a_i (1 - q_i)^{q_i}]^{1/(1-q_i)}.$$

Видно, что a (в отличие от A) не зависит от неизвестной формы $a(t)$ при $|t| \sim t_g$. Таким образом, существует принципиальная возможность определить q_1 — основную характеристику сжатия при $t < 0$, зная a и q_2 — величины, относящиеся к стадии расширения при $t > 0$ (показатель q_i однозначно связан с уравнением состояния вещества $p = (\gamma_i - 1)\epsilon$ формулой $q_i^{-1} = {}^3/_2\gamma_i$).

К сожалению, при наиболее естественных предположениях об уравнении состояния вещества ($p = \epsilon/3$, $q_1 = q_2 = 1/2$, $a = -2$) эффективная амплитуда гравитационных волн фона $h = \sqrt{< h^2 >}$ оказывается очень малой: $h \lesssim 10^{-30}$.

Рассмотрим теперь другую, альтернативную возможность эволюции Вселенной, при которой возникает значительно бо́льшее количество гравитационных волн в длинноволновом диапазоне. Построим модель, в которой Вселенная вначале "вечно" находилась в квантовом состоянии с кривизной порядка планковской, а затем вышла из него и перешла на стадию классического расширения. Не постулируя вида "полных" уравнений квантовой теории, включая гравитацию, предположим только, что они имеют частное, максимально симметричное по всем переменным решение, отличное от пространства-времени Минковского. В таком решении $< g_{ik} >$ описывает пространство-время де Ситтера (постоянной кривизны) с некоторым значением обратного радиуса кривизны H, инвариантное относительно 10-параметрической группы де Ситтера. С точки зрения квантовой теории правильнее, по-видимому, говорить о собственном значении кривизны. Если решений, обладающих такими свойствами, несколько (существует набор уровней H_n), то выберем из них решение с минимальным $H = H_o$ (минимальной кривизной), как наиболее устойчивое. Далее следует предположить, что состояние с $H = H_o$ метастабильно. Из-за флуктуаций кривизна падает, и Вселенная переходит на режим классического изотропного расширения. При этом группа пространственно-временных симметрий уменьшается с 10- до 6-параметрической.

Введем новую фундаментальную безразмерную постоянную $s = H_o l_g$ и предположим, что $s \ll 1$ (хотя и не слишком мала). Это предположение является необходимым, так как в противном случае плотность энергии гравитационного фона окажется в противоречии с наблюдательными данными (более точное ограничение см. ниже). В качестве последней гипотезы примем, что при кривизнах, много меньших H_o^2, уравнение состояния вещества есть $p = \epsilon/3$.

Конкретные модели такого типа можно построить при учете однопетлевых поправок (см. [2]). При этом предположение $s \ll 1$ соответствует наличию большого числа "истинно элементарных" частиц. Существование начальной стадии де Ситтера предполагалось ранее [3]. Отличие приведенной выше гипотезы состоит в том, что постулируется не вид уравнений, а только существование частного решения, что делает гипотезу менее обязывающей. В частности, вклад однопетлевых поправок вообще не описывается эффективным уравнением состояния, так что первоначальная гипотеза Глинера о $p = -\epsilon$ [4] не проходит.

В результате получаем следующий закон эволюции масштабного фактора (в случае плоской модели Фридмана): $a(t) \backsim \exp(H_0 c t)$ при $t << -t_0$ и $a(t) \backsim \sqrt{t}$ при $t >> t_0$, где t_0 определяет время распада начального состояния. Конкретный вид $a(t)$ в области $|t| \sim t_0$ нам не потребуется.

Гравитационные волны будем описывать уравнением Лифшица [5] (условие $s << 1$ дает возможность ограничиться линейным приближением):

$$h_{in} = \frac{\chi_n(\eta)}{a} \exp(i n r) e_{ik}, \qquad d\eta = dt/a(t),$$

$$\frac{d^2 \chi_n}{d\eta^2} + \left(n^2 - \frac{1}{a} \frac{d^2 a}{d\eta^2}\right) \chi_n = 0, \tag{3}$$

где e_{ik} — поляризационный тензор. Это уравнение не конформно-инвариантно [6]. Решение (3) при $t \to -\infty$ $(\eta \to -\infty)$, инвариантное относительно группы де Ситтера, есть (см., например, [7]):

$$\chi_n = \frac{\exp(-in\eta)}{\sqrt{2n}} \left(1 - \frac{i}{n\eta}\right). \tag{4}$$

Выбор решения в виде (4) соответствует отсутствию гравитонов на стадии де Ситтера. В области $|t| \sim t_0$ в (3) можно пренебречь слагаемым n^2, после чего (3) решается в общем виде:

$$\chi_n = C_1(n) a + C_2(n) a \int d\eta\, a^{-2}(\eta). \tag{5}$$

В итоге получаем, что при $t \to +\infty$ величина $\alpha = -4$ и

$$\epsilon(\nu) = \frac{2}{3\pi} s^2 \epsilon_0 \nu^{-1} = 1{,}4 \cdot 10^{-13} s^2 \nu^1 \text{ эрг/см}^3 \cdot \text{Гц}, \tag{6}$$

где $\nu = \omega/2\pi$ — частота волны, ϵ_0 — полная плотность энергии всех безмассовых частиц (кроме гравитонов) в настоящее время. В последнем равенстве учтен вклад от трех сортов нейтрино ($\epsilon_0 = 1{,}68\, \epsilon_\gamma$, $T_\gamma = 2{,}7$K). Эффективная безразмерная амплитуда гравитационных волн есть

$$h = \sqrt{< h^2 >} \approx 3 \cdot 10^{-21} s \nu^{-1}, \tag{7}$$

где ν — в герцах. Анализ показывает, что гравитационные волны не влияют на синтез гелия, если $s \lesssim 0{,}3$. При $s = 0{,}3$ и $\nu = 10^{-4}$ Гц имеем $h \approx 10^{-17}$. Это близко к уровню современных экспериментальных возможностей (см. обсуждение этого вопроса в [8]).

Замечательно, что обнаружение спектра (6) позволило бы не только определить начальное состояние Вселенной, но и экспериментально измерить постоянную s, которая является фундаментальной для единой теории всех взаимодействий.

Рассматриваемая модель может быть обобщена на случай закрытой и открытой моделей Фридмана. Спектр (6) при этом не меняется в области $\nu >> 10^{-17}$ Гц.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
25 октября 1979 г.

Литература

[1] А.А.Старобинский. Сб. Релятивистская астрофизика. Космология. Гравитационный эксперимент. Ин-т физики АН БССР, Минск, 1976. стр. 55.

[2] В.Ц.Гурович, А.А.Старобинский. ЖЭТФ, **77**, 1699, 1979.

[3] Э.Б.Глинер. ДАН СССР, **192**, 771, 1970; Э.Б.Глинер, И.Г.Дымникова. Письма в Астрон. ж., **1**, 7, 1975; L.E.Gurevich. Astroph. and Space Sci., **38**, 67, 1975.

[4] Э.Б.Глинер. ЖЭТФ, **49**, 542, 1965.

[5] Е.М.Лифшиц. ЖЭТФ, **16**, 587, 1946.

[6] Л.П.Грищук. ЖЭТФ, **67**, 825, 1974.

[7] T.S.Bunch, P.C.W.Davies. Proc. Roy. Soc. London, **A360**, 117, 1978.

[8] Л.П.Грищук. Письма в ЖЭТФ, **23**, 326, 1976; В.Б.Брагинский, С.П.Вятчанин. ЖЭТФ, **74**, 828, 1978. R.W.Hellings. Phys. Rev. Lett., **43**, 470, 1979; B.Bertotti, B.J.Carr. Caltech preprint, OAP-564,, 1979.