

## МАГНИТНЫЙ ВИХРЬ – ТОПОЛОГИЧЕСКИЙ СОЛИТОН В ФЕРРОМАГНЕТИКЕ С АНИЗОТРОПИЕЙ ТИПА ЛЕГКАЯ ОСЬ

А.С.Ковалев, А.М.Косевич, К.В.Маслов

В рамках уравнения Ландау – Лифшица без затухания рассмотрено связанное многомагнонное состояние с отличным от нуля угловым моментом. Показано, что такой магнитный вихрь связан с линейной топологической особенностью. С помощью ЭВМ получены характеристики этого вихря в широком интервале частот прецессии вектора намагниченности.

Последнее время подробно обсуждались локализованные динамические состояния намагниченности легкоосного ферромагнетика, которые интерпретировались как связанные состояния большого числа магнонов ("магнонные капли") [1, 2]. Магнонные капли могли обладать некоторым импульсом, но считалось, что у них отсутствует момент количества движения, сохранение которого вообще говоря не противоречит симметрии магнетика. Сейчас выяснилось, что магнонные капли с отличным от нуля угловым моментом связаны с топологическими особенностями, широко обсуждаемыми применительно к различным нелинейным векторным полям [3 – 6]. В простейшем случае локализованное неоднородное состояние ферромагнетика, обладающее угловым моментом, эквивалентно магнитному вихрю.

Ферромагнетик описывается полем вектора намагниченности  $\mathbf{M}(M_0 \sin\theta \cos\phi, M_0 \sin\theta \sin\phi, M_0 \cos\theta)$ , где  $M_0 = 2\mu_0 s/a^3$ ,  $\mu_0$  – магнетон Бора,  $s$  – спин атома,  $a^3$  – атомный объем, а угол  $\theta$  отсчитывается от оси анизотропии  $\xi$ . Будем считать, что динамика намагниченности подчиняется уравнениям Ландау – Лифшица без диссипации [7]. Угловой момент поля намагниченности  $\mathbf{K}$  и число спиновых отклонений (магнонов)  $N$  равны

$$\mathbf{K} = - \frac{\hbar M_0}{2\mu_0} \int (1 - \cos\theta) [\mathbf{r} \nabla \phi] dV, \quad N = \frac{M_0}{2\mu_0} \int (1 - \cos\theta) dV, \quad (1)$$

где интегрируется по объему всего магнетика.

Изучается осесимметричное решение уравнений Ландау – Лифшица, для которого

$$\theta = \theta(r), \quad \phi = \omega t + pz + \nu \chi + \phi_0, \quad \nu = \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (2)$$

где  $\omega$  – частота прецессии магнитного момента, ось  $z$  выбрана вдоль вектора  $\mathbf{K}$ ,  $(r, \chi)$  – полярные координаты в плоскости, перпендикулярной вектору  $\mathbf{K}$ , а  $\phi_0$  – произвольная постоянная.

Функция  $\theta$  удовлетворяет следующему уравнению

$$\frac{d^2\theta}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{d\theta}{d\rho} - \left(1 + \frac{\nu^2}{\rho^2}\right) \sin\theta \cos\theta + \Omega \sin\theta = 0, \quad (3)$$

записанному в безразмерных переменных:  $\rho = \frac{r}{l_0}$ ,  $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0(1 + p^2 l_0^2)}$ ,

где  $l_0$  — обменная длина:  $l_0 = \sqrt{a/\beta}$ ,  $a$  и  $\beta$  — константы обмена и анизотропии ( $\beta > 0$ ),  $\omega_0 = \frac{2\mu_0 M_0 \beta}{\hbar}$  — частота однородного резонанса.

Граничными условиями для (3) являются однородная намагниченность вдали от выделенной оси:  $\theta = 0$  при  $\rho = \infty$ , и ограниченность всех физических величин на оси:  $\theta = m\pi$  ( $m$  — натуральное число) — при  $\rho = 0$ .

Решение (2) описывает осесимметричное состояние ферромагнетика с фиксированной циркуляцией градиента фазы  $\phi$ , т. е. с заданной циркуляцией спинового (магнонного) потока вокруг выделенной оси. Такое решение можно рассматривать при  $p = 0$  как вращающуюся магнонную каплю в двухмерном магнетике или как прямолинейный магнитный вихрь в трехмерном ферромагнетике. В последнем случае  $p \neq 0$  задает дополнительный поток магнонов вдоль вихря. Легко убедиться, что для этого состояния

$$K = \hbar \nu N = \nu \frac{\Delta M \xi}{2\mu_0}. \quad (4)$$

Учитывая однородность состояния вдоль оси  $K$ , в дальнейшем будем вычислять интегралы движения  $K$  и  $N$ , приходящиеся на один атомный слой толщиной  $a$ . Кроме того, будем считать  $m = 0, 1$ .

Легко убедиться, что при  $\rho \rightarrow 0$  интересующее нас решение (3) ведет себя как  $\theta = (\rho/\rho_0)^{1/\nu}$  для  $m = 0$  и  $\theta = \pi - (\rho/\rho_0)^{1/\nu}$  для  $m = 1$  ( $\rho_0 = \text{const}$ ), а при  $\rho \rightarrow \infty$  оно экспоненциально исчезает:  $\theta = \theta_0 \exp\{-\rho\sqrt{1 - \Omega}\}$ . Из поведения решения на бесконечности следует, что локализованные неоднородные состояния возможны лишь при  $\Omega < 1$ , т. е. при  $\omega < \omega_0\{1 + p^2 l_0^2\}$ . Поскольку  $\omega_0 l_0^2 = \frac{2\mu_0 M_0 a}{\hbar}$ , то при  $p \neq 0$  локализованное вихревое состояние возможно также в изотропном ферромагнетике ( $\beta = 0$ ), если  $\hbar\omega < 2\mu_0 M_0 a p^2$ .

Ограничимся случаем  $\nu = 1$ , так как из (4) вытекает, что для создания одного вихря с  $\nu = 2$  требуется в 2 раза больше магнонов чем для двух вихрей с  $\nu = 1$  и тем же суммарным моментом  $K$ . Представление о характере магнитного вихря при большом числе связанных магнонов  $N \gg N_*$  ( $N_* = 2aM_0 l_0^2/\mu_0 \sim (l_0/a)^2 \gg 1$ ) дают схематические графики на рис. 1. Оба решения приводят к значению  $\theta \approx \pi$  в цилиндрической области  $r < l_0 \sqrt{4N/\pi N_*}$ , радиус которой значительно превышает размер переходной области  $l_0$  при  $N \gg N_*$ . Решения близки к таковым в одномерном случае, рассмотренным в [1], и отличия возникают лишь вблизи оси (у невращающейся капли на оси  $d\theta/d\rho = 0$ ). Для обоих решений  $\Omega \approx \sqrt{\pi} \sqrt{N_*/N}$ . Решение с  $m = 0$  топологически эквивалентно состоянию однородной намагниченности, а состояние с  $m = 1$  имеет отличную от нуля степень отображения [3] и поэтому топологически отличается от однородной намагниченности. Энергия вихря с  $m = 1$  меньше энергии вихря с  $m = 0$ .

При уменьшении  $N$  решения с  $m = 0, 1$  и  $\nu = 0, 1$  ведут себя по-разному. Для всех этих случаев уравнение (3) интегрировалось численно с помощью ЭВМ<sup>1)</sup>. Построенные с помощью полученных решений зависимости частоты  $\Omega$  от  $N$  приведены на рис. 2. Кривая 1 отвечает  $m = 1$ , кривая 2 —  $m = 0$ . Для сравнения приведена зависимость  $\Omega = \Omega(N)$  для магнитной капли с  $K = 0$  (кривая 3).

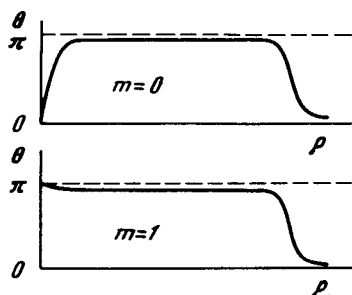


Рис. 1

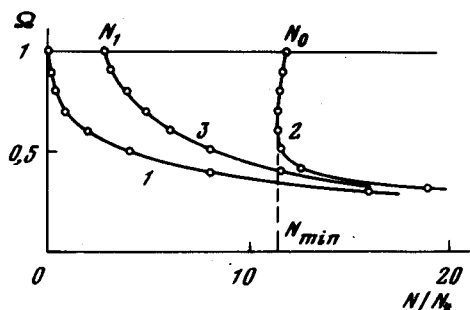


Рис. 2

Во-первых, обращает на себя внимание отсутствие статического (с  $\Omega = 0$ ) магнитного вихря (на что указывалось в работе [4]). Во-вторых, решение с  $m = 1$  при  $N \rightarrow 0$  превращается в  $\delta$ -образную линейную особенность. При этом  $\Omega(N) \rightarrow 1$ , а энергия вихря стремится к  $E_0 = \alpha a M_0^2 Q$ , где  $Q$  — топологический заряд ( $Q = \nu \int_0^\pi \sin\theta d\theta d\phi$ ).

Локализованные решения типа  $m = 0$  существуют только при  $N > N_{min} \approx 11,5 N_*$ , и для них  $\Omega = 1$  при  $N = N_0 \approx 12 N_*$ . Решения с большими частотами прецессии вектора намагниченности, для которых  $d\Omega/dN > 0$ , по-видимому, неустойчивы.

Наконец, несколько слов по поводу магнитной капли без вращения (кривая 3 на рис. 2). Самая левая точка на графике 3 получена нами для  $\Omega = 0,95$ . Экстраполяция кривой до  $\Omega = 1$  дает конечное число  $N_1 \approx 2,9 N_*$  связываемых в капле магнонов. Оно совпадает с полученным ранее в работе [8] значением, найденным для  $\Omega = 1$ . Заметим [1], что в одномерной магнитной капле  $N \rightarrow 0$  при  $\Omega \rightarrow 1$ , а в трехмерной —  $N \rightarrow \infty$  при  $\Omega \rightarrow 1$ .

<sup>1)</sup> Все численные расчеты выполнены А.А.Моторной на вычислительном центре ФТИНТ АН УССР.

Авторы благодарны Б.А.Иванову за полезные обсуждения, и А.А.Моторной за численные расчеты.

Физико-технический институт  
низких температур  
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию  
17 июня 1979 г.

### Литература

- [1] Б.А.Иванов, А.М.Косевич. Письма в ЖЭТФ, 24, 495, 1976; ЖЭТФ, 72, 2000, 1977.
  - [2] А.М.Косевич, Б.А.Иванов, А.С.Ковалев. Письма в ЖЭТФ, 25, 516, 1977; ФНТ, 3, 906, 1977.
  - [3] А.А.Белавин, А.М.Поляков. Письма в ЖЭТФ, 22, 503, 1975.
  - [4] U.Enz, J.Math. Phys., 18, 347, 1977.
  - [5] Г.Е.Воловик, Н.Б.Копнин. Письма в ЖЭТФ, 25, 26, 1977.
  - [6] G.Woo, J.Math. Phys. 18, 1264, 1977.
  - [7] Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский, М., изд. Наука, Статистическая физика, часть 2, 1978, стр. 336.
  - [8] R.Y.Chiao, E.Garmire, C.H.Townes. Phys. Rev. Lett., 13, 479, 1964.
-