Письма в ЖЭТФ, том 30, вып.6, стр. 345 – 349 *20 сентября 1979 г.*

К ТЕОРИИ СВЕРХДИАМАГНЕТИКОВ

В.Л.Гинзбург

Проводится обобщение феноменологической Ψ-теории сверхпроводимости, которая может представить интерес для описания сверхдиамагнетиков – класса веществ, обладающих большим диамагнетизмом но отличных от обычных сверхпроводников. Предлагаемое обобщение касается, вместе с тем, и сверхпроводников.

Сверхпроводники в определенных условиях могут, как известно, считаться идеальными диамагнетиками (магнитная восприимчивость $\chi_{ИД} = -1/4\pi$) и, кроме того, обладать равным нулю сопротивлением. Довольно естественно, однако, поставить вопрос [1] о возможности существования тел обладающих лишь одним из этих свойств и, конкретно, сверхдиамагнетизмом (восприимчивость $\chi = \chi_{ИД} = -1/4\pi$ или $\chi \sim \chi_{ИД}$, $\mu = 1 + 4\pi\chi \geqslant 0$) при отсутствии металлической проводимости. Недавно такой вопрос приобрел актуальность в связи с рассмотрением моделей веществ со спонтанными токами [2 – 5], претерпевающими фазовый переход из диэлектрического (полупроводникового) состояния в сверхдиамагнитное.

Весьма важной проблемой при этом является выбор параметра порядка. В [3] в качестве соответствующего параметра была использована плотность спонтанного тока j, вводившаяся еще в работе [6]. Но в этом случае выше температуры перехода T_c вещество должно вести себя как лондоновский сверхпроводник, а не диэлектрик. Кроме того в силу уравнений поля $\mathbf{j} = \frac{c}{4\pi}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{H}$, а это по меньшей мере затрудняет выбор плотности j в качестве параметра порядка. В [5] параметром порядка считается некоторое значение плотности импульса p, но макроскопический смысл этого параметра, а также вопрос об общем виде свободной энергии, остаются недостаточно ясными. Поэтому нам представляется уместным обратить внимание на большие "резервы", имеющиеся при описании сверхпроводящих и сверхдиамагнитных систем с помощью параметра порядка – комплексной макроскопической волновой функцией Ψ.

Напишем сразу то выражение для плотности свободной энергии, на котором мы будем базироваться

$$F = F_0 + \frac{\hbar^2}{2m^*} \left| \left(-i\hbar\nabla - i\frac{e^*}{c}\mathbf{A}\right)\Psi\right|^2 + a|\Psi|^2 + \frac{b}{2}|\Psi|^4 +$$
$$+ \frac{d}{4}\left|\left(-i\hbar\nabla - \frac{e^*}{c}\mathbf{A}\right)\Psi\right|^4 + \frac{f}{2}\left|\left(-i\hbar\nabla - \frac{e^*}{c}\mathbf{A}\right)^2\Psi\right|^2 +$$
$$+ g|\Psi|^2\left|\left(-i\hbar\nabla - \frac{e^*}{c}\mathbf{A}\right)\Psi\right|^2 + \frac{B^2}{8\pi}, \tag{1}$$

где напряженность магнитного поля (отождествляемая с индукцией) $\mathbf{B} = \mathrm{rot}\,\mathbf{A}$ и все коэффициенты могут, вообще говоря, зависеть от температуры T.

Если положить $d = f = g = 0$, а также считать, что $m^* = \mathrm{const}$, $b = \mathrm{const}$ и $a = \alpha(T - T_c)$, то приходим к Ψ-теории сверхпроводимости, причем фазовый переход происходит при $T = T_c$ (см. [7] и [8] § 45). Для обычных сверхпроводников $e^* = 2e$ (e – заряд электрона) и удобно положить $m^* = 2m$ (m – масса электрона; выбор константы m^* определяется лишь нормировкой Ψ). При $e^* = 0$ приходим к Ψ-теории сверхтекучести [9, 10] и ее обобщениям.

Новые возможности, на которых мы здесь хотим остановиться, связаны в первую очередь с учетом температурной зависимости коэффициента m^*. Для некоторых фазовых переходов известна возможность обращения в нуль коэффициента $1/m^*$ при градиентном члене (так называемая точка Лифшица). Имея ввиду установление некоторого соответствия с результатами работ [4, 5], положим

$$m^* = \mu(T - T_c), \quad a = \alpha(T - T_c); \; b = \mathrm{const} > 0, \tag{2}$$

т.е. считаем, что в нуль обращается не $1/m^*$, а m^*.

Разумеется, можно было бы развивать и более общую схему, в которой коэффициенты m^* и a обращаются в нуль при различных температурах. В условиях (2) и предположении, что коэффициенты d, f и g не имеют каких-то особенностей (скажем, постоянны, положительны и не аномально велики), при $T > T_c$ равновесное значение $\Psi = 0$. Однако вблизи T_c возрастают флуктуации Ψ, что приводит к аномальному диамагнетизму. При этом повторение вывода, известного для обычных сверхпроводников (см. [8] § 49), приводит к восприимчивости

$$\chi = -\frac{(e^*)^2 k_B T_c}{24\sqrt{2}\pi\hbar c(\mu\alpha)^{1/2}(T - T_c)}. \tag{3}$$

Этот результат находится в согласии с [4], в то время как в сверхпроводниках $\chi \sim (T - T_c)^{-1/2}$.

Как обычно, уравнения для Ψ и $\mathbf{A}$ получаются путем варьирования свободной энергии $\widetilde{F} = \int F dV$. Простоты ради, ограничимся здесь частным случаем, когда $f = g = 0$. Тогда имеем уравнения (используем калибровку $\operatorname{div} \mathbf{A} = 0$):

$$\frac{1}{2m^*}\left(-i\hbar\nabla - \frac{e^*}{c}\mathbf{A}\right)^2\Psi + \frac{d}{2}\left(-i\hbar\nabla - \frac{e^*}{c}\mathbf{A}\right)\left\{\left|\left(-i\hbar\nabla - \frac{e^*}{c}\mathbf{A}\right)\Psi\right|^2\left(-i\hbar\nabla - \frac{e^*}{c}\mathbf{A}\right)\Psi\right\} +$$
$$+ a\Psi + b|\Psi|^2\Psi = 0, \tag{4}$$

$$\Delta\mathbf{A} = -\frac{4\pi}{c}\mathbf{j}_s, \quad \mathbf{j}_s = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{m^*} + d\left|\left(-i\hbar\nabla - \frac{e^*}{c}\mathbf{A}\right)\Psi\right|^2\right] \times$$
$$\times\left\{-i\hbar e^*\left(\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*\right) - \frac{2(e^*)^2}{c}|\Psi|^2\mathbf{A}\right\}. \tag{5}$$

Ниже точки перехода T_c (т.е. в упорядоченной фазе), где $m^* < 0$, положить $d = 0$ нельзя и решения, естественно, существенно отличаются от отвечающих обычным сверхпроводникам. Для ориентировки начнем со сверхтекучей системы ($e^* = 0$), для которой уравнение (4) имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*}\Delta\Psi - \frac{d\hbar^4}{2}\nabla\left\{|\nabla\Psi|^2\nabla\Psi\right\} + a\Psi + b|\Psi|^2\Psi = 0. \tag{6}$$

Из (6) и аналогично уравнению для Ψ^* обычным образом получаем уравнение непрерывности для плотности потока жидкости $\widetilde{\mathbf{j}}_s$

$$\operatorname{div}\widetilde{\mathbf{j}}_s = 0, \quad \widetilde{\mathbf{j}}_s = \mathrm{const}\left[\frac{1}{m^*} + d\hbar^2|\nabla\Psi|^2\right](\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*). \tag{7}$$

Разумеется, это выражение для $\widetilde{\mathbf{j}}_s$ находится в соответствии с (5). Будем искать решение в виде

$$\Psi = \eta e^{i\mathbf{qr}}, \quad \eta = \mathrm{const}, \quad \mathbf{q} = \mathrm{const}. \tag{8}$$

Подставляя (8) в выражение для свободной энергии (т.е. в (1) с $e^* = 0$) и минимизируя по η и $\mathbf{q}$, получаем (при $\eta \neq 0$, $q \neq 0$)

$$\frac{\hbar^2}{2m^*}q^2 + \frac{d\hbar^4}{2}q^4\eta^2 + a + b\eta^2 = 0, \tag{9}$$

$$1/m^* + d\hbar^2q^2\eta^2 = 0. \tag{10}$$

При этом (9) следует и из (6), (8), но для решения (8) $\operatorname{div}\widetilde{\mathbf{j}}_s \equiv 0$ и нужно указанным образом получить также уравнение (10). Из (9), (10) находим (используем также (2)):

$$\eta^2 = -\frac{a}{b} = \frac{a(T_c - T)}{b}, \quad q^2 = -\frac{1}{\hbar^2 dm^* \eta^2} = \frac{b}{\hbar^2 d\mu a(T_c - T)^2}. \tag{11}$$

Отметим, что для решения (8), (11) плотность потока $\tilde{\mathrm{j}}_s = 0$ (см. (7), (10)). Очевидно, при $T \to T_c$ решения (8), (11) непригодны и, вероятно, нельзя полагать $f = g = 0$ в (1). Для сверхдиамагнетика (т.е. при $e^* \neq \neq 0$) решение (8), (9) удовлетворяет системе (4), (5) при $\mathbf{A} = 0$. Вероятно, такое решение и можно использовать в односвязном образце при отсутствии внешнего магнитного поля. Подставляя в (5) в качестве нулевого приближения для Ψ решение (8), (11), можно видеть, что имеет место, вообще говоря, сверхдиамагнетизм. В простейшем случае, когда вектора $\mathbf{q}$ и $\mathbf{A}$ коллинеарны и допустима линеаризация уравнения (5) по $\mathbf{A}$, ток j_s в (5) имеет вид

$$\mathrm{j}_s = -2\hbar^2 d\,\frac{(e^*)^2}{c}\,\eta^4 q^2\,\mathbf{A} = -2\,\frac{(e^*)^2\eta^2}{|m^*|c}\,\mathbf{A}$$

Поэтому, согласно (5), получаем экспоненциальное затухание поля вглубь вещества с глубиной проникновения $\delta = \left(\frac{|m^*|c^2}{4\pi(e^*)^2 n_s}\right)^{1/2}$, где для установления соответствия с обычными сверхпроводниками положено $\eta^2 = |\Psi|^2 = n_s/2$.

Трудно сомневаться в том, что использование выражения (1) оправдано при обобщении обычной теории сверхпроводимости на случай, когда коэффициент m^* зависит от температуры, причем m^* или $1/m^*$ проходит через нуль (при этом, быть может в (1) нужно ввести еще один параметр порядка, например, намагничение $\mathbf{M}$, если речь идет о ферромагнитных сверхпроводниках; см., например, [11, 12]). На вопрос же о возможности существования сверхдиамагнетиков, отличных от сверхпроводников, на феноменологическом уровне ответить нельзя, поскольку характер отклика системы на электрическое поле в (1) не предопределен. Одна из систем представляющих интерес в обсуждаемом плане, это диэлектрик, переходящий не просто в металлическое, но сразу в сверхпроводящее состояние. Что же касается веществ, рассматриваемых в [2, 4, 5], возможность их описания указанным выше путем нам совершенно не ясна. Вообще, проблема сверхдиамагнетизма, не сводящегося к обычной сверхпроводимости, остается открытой. Но, по нашему мнению, именно в такой ситуации оправдан подход к этой проблеме с разных сторон и, в частности, на основе анализа феноменологических возможностей.

Физический институт им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
10 августа 1979 г.

Литература

[1] В.Л.Гинзбург. УФН, 48, 25, 1952; Fortschr. d. Phys., 1, 101, 1953.

[2] Б.А.Волков, Ю.В. Копаев. Письма в ЖЭТФ, 27, 10, 1978.

[3] Б.А.Волков, В.Л.Гинзбург. Ю.В.Копаев. Письма в ЖЭТФ, 27, 221, 1978.

[4] Б.А.Волков, Ю.В.Копаев, В.В.Тугушев. Письма в ЖЭТФ, 27, 615, 1978.

[5] Б.А.Волков, Ю.В.Копаев, М.С.Нунупаров, В.В.Тугушев. Письма в ЖЭТФ, 30, 317, 1979.

[6] L.Landau. Phys. Zs. d. Sowjetunion, 4, 43, 1933.

[7] В.Л.Гинзбург, Л.Д.Ландау. ЖЭТФ, 20, 1064, 1950.

[8] Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский. М., изд. Наука, Статистическая физика, ч.2, 1978.

[9] В.Л.Гинзбург, Л.П.Питаевский. ЖЭТФ, 34, 1240, 1958.

[10] В.Л.Гинзбург, А.А.Собянин. УФН, 120, 153, 1976.

[11] В.Л.Гинзбург. ЖЭТФ, 31, 202, 1956.

[12] R.M.Hornreich, H.G.Schuster. Phys. Lett., 70 A, 143, 1979;
В.Б.Андрейченко, С.Н.Бурмистров. Письма в ЖЭТФ, 28, 530, 1978.