Письма в ЖЭТФ, том 30, вып.6, стр. 383 – 386 *20 сентября 1979 г.*

ВЫЧИСЛЕНИЕ СЕЧЕНИЯ МЕЗОН-МЕЗОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКЕ

Я.Я.Балицкий, Л.Н.Липатов

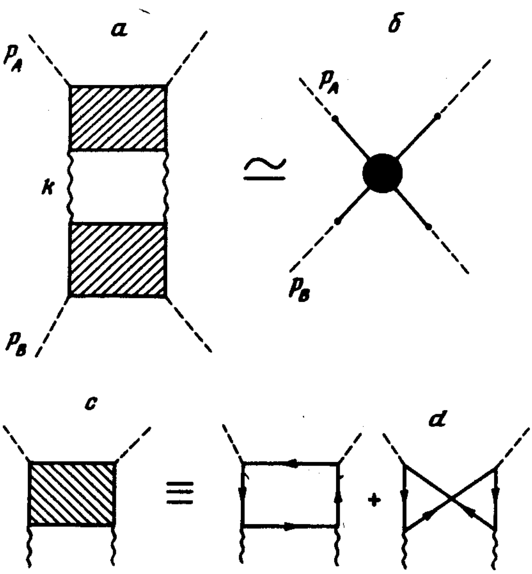
Вычислено полное сечение взаимодействия ρ-мезонов при больших энергиях в квантовой хромодинамике в низшем порядке теории возмущений. Результат согласуется с предсказаниями аддитивной кварковой модели.

В настоящее время квантовая хромодинамика (КХД) является наиболее популярной полевой моделью сильных взаимодействий. Свойство "асимптотической свободы" позволяет использовать теорию возмущений для вычисления амплитуд ряда процессов, протекающих на малых расстояниях [1]. В предыдущей работе авторов [2] была сделана попытка описать с помощью КХД процесс высокоэнергетического рассеяния очарованных частиц. В настоящей работе это описание обобщается на случай частиц, состоящих из легких кварков.

Мы используем идею дуальности [3, 4], заключающуюся в том, что величина поляризации вакуума легкими кварками $\Pi(q^2)$, представляющая собой дисперсионный интеграл от сечения e^+e^--аннигиляции в адроны, на больших евклидовых импульсах может быть вычислена в КХД в низшем порядке теории возмущений. Если сделать преобразование Бореля величины $\Pi(q^2)$ по виртуальности фотона q^2

$$\widetilde{\Pi}(M^2) = \lim_{\substack{-q^2,\, n \to \infty \\ -q^2/n = M^2}} \frac{(-1)^n}{(n-1)!} (q^2)^n \frac{d^n}{d(q^2)^n} \Pi(q^2) \qquad (1)$$

и феноменологически с помощью параметров $<0 \mid \bar{\psi}\psi \mid 0>$, $<0 \mid G^q_{\mu\nu} G^q_{\mu\nu} \mid 0>$ учесть первые степенные поправки к асимптотической свободе, то совпадения теоретических и экспериментальных выражений для $\widetilde{\Pi}(M^2)$ можно добиться и в некотором интервале изменения M около массы ρ-мезона m_ρ [4]. При этом в точке $M^2 = m^2_\rho$ первые степенные и теорвозмущенческие поправки малы ($\approx 10\%$), такого же порядка малости оказывается вклад от сплошного спектра в дисперсионный интеграл, и сечение e^+e^--аннигиляции в ρ-мезон почти целиком определяется первой диаграммой теории возмущений для $\widetilde{\Pi}(M^2)$.



Схематическое изображение соотношения дуальности между амплитудой $A_{\gamma\gamma}(s)$ рассеяния фотонов и ρ-мезонной амплитудой $A_{\rho\rho}(s)$

Используя те же идеи, попытаемся вычислить сечение рассеяния ρ-мезонов при больших энергиях. Рассмотрим амплитуду $A_{\gamma\gamma}(s)$ рассеяния двух виртуальных фотонов с большими отрицательными виртуальностями $q_i^2 = -\lambda_i$ на угол 0 и попытаемся "извлечь" из нее ρ-мезонную амплитуду $A_{\rho\rho}(s)$. Амплитуда $A_{\gamma\gamma}(s)$ дается, с одной стороны, КХД выражением с учетом степенных поправок, с другой стороны, ее можно записать как дисперсионный интеграл по виртуальностям фотонов q_i^2 от адронных промежуточных состояний. В этом дисперсионном интеграле, в частности, будет содержаться полюсной вклад, отвечающий переходу фотонов в ρ-мезоны с последующим рассеянием этих мезонов друг на друге (рис. *б*). Для лучшего выделения полюсного члена по сравнению с вкладом сплошного спектра и подавления степенных поправок в КХД выражении для $A_{\gamma\gamma}(s)$ сделаем преобразование Бореля (1) по виртуальностям каждого фотона (легко заметить, что преобразование Бореля факториально подавляет далекие члены ряда по степенным поправкам и экспоненциально — вклад в дисперсионный интеграл от больших энергий) (ср. [4]). При этом можно надеяться, что такая "борелизованная" амплитуда рассеяния фотонов при $M^2 = m^2_\rho$ будет даваться в основном первой диаграммой теории возмущений (рис. *а*). Она же будет определять амплитуду рассеяния ρ-мезонов на угол 0 (а следовательно и полное сечение) (рис. *б*) через вклад в дисперсионный интеграл от ρ-мезонных полюсов:

$$\mathrm{Im}\, A^{\text{пол}}_{\gamma\gamma}(s) = (4\pi a)^2 e^{-2} g_\rho^{-4}\ m_\rho^{-8}\ \mathrm{Im}\, A_{\rho\rho}(s). \qquad (2)$$

После вычисления диаграммы рис. *a*, близкого по духу к вычислению аналогичной величины в квантовой электродинамике [5], мы будем иметь:

$$\sigma^{tot}_{\rho\rho} = 2\pi a_s^2 \int_0^\infty dk_\perp^2\, \phi^2(k_\perp^2) \qquad (3)$$

здесь $a_s = g^2(4\pi)^{-1}$ – константа сильного взаимодействия, а $k_\perp$ – перпендикулярная составляющая импульса глюона. Величина $\phi\,(k_\perp^2)$ для сечения, усредненного по поперечным поляризациям ρ-мезонов дается выражением:

$$\phi^2(k_\perp^2) = \int_0^1 dx \int_0^1 dy\ \frac{[1-2x(1-x)][1-2y(1-y)]}{y(1-y)\,m_\rho^2}\ \exp - \frac{k_\perp^2\, x(1-x)}{m_\rho^2\, y(1-y)}. \qquad (4)$$

Для продольных поляризаций выраже ние в числителе (4) нужно заменить на $8x(1-x)\,y\,(1-y)$.

Здесь хотелось бы отметить следующее. До преобразования Бореля величина $\phi\,(k_\perp^2)$, пропорциональная амплитуде рассеяния света на свете, логарифмически зависит от $k_\perp^2$ в области больших и малых $k_\perp^2$. Легко заметить, что преобразование Бореля убирает логарифмическую зависимость при больших $k_\perp^2$, а логарифм при малых $k_\perp^2$ остается. Вследствие этого в интеграле (3), определяющем сечение, подчеркивается область малых импульсов за счет квадрата логарифма $k_\perp^2$ в подынтегральном выражении. Прямое вычисление подтверждает этот результат: половина интеграла по $k_\perp^2$ набирается до точки $k_\perp^2 = 0{,}25\, m_\rho^2$. Если теперь заменить по калибровочной инвариантности поляризации в кварк-глюонных вершинах на перпендикулярные, то при $k_\perp^2 \ll m_\rho^2$ существенна только диаграмма рис. *c* [6]. Из этого следует, что с хорошей точностью для мезонов выполняется импульсное приближение [7], которое с успехом применяется для феноменологического описания адрон-адронных процессов при высоких энергиях. Можно надеяться, что аналогичная причина обусловливает выполнение импульсного приближения и для барионов.

С тем, чтобы в следующих порядках теории возмущений были малы логарифмические поправки $\sim g^2 \ln[k_\perp^2\,(0{,}25\, m_\rho^2)^{-1}]$ на изменение эффективного заряда, имеет смысл отнормировать a_s в средней точке интегрирования $k_\perp^2 = 0{,}25\, m_\rho^2$. Константа сильного взаимодействия в этой точке равна 0,5, так что мы можем надеяться, что с точностью до членов $\sim 3a_s/\pi \sim 0{,}5$ наши вычисления имеют отношение к делу. Подставляя $a_s = 0{,}5$ в формулу (3) и вычисляя интегралы, мы получаем:

$$\sigma^{tot}_{\rho\rho} \approx 15/m_\rho^2 \approx 10\ \text{мбн} \qquad (5)$$

для перпендикулярных поляризаций ρ-мезонов, что с нашей точностью согласуется с предсказанием аддитивной кварковой модели, равным

16 мбн. Для продольных поляризаций вследствие отсутствия логарифмического усиления и численной малости $\phi(k_\perp^2)$ аналогичным способом получается аномально малое значение 0,2 мбн. Можно показать, что тот же порядок малости имеет часть сечения, зависящая от относительной ориентации поперечных поляризаций ρ-мезонов.

Можно получить выражение для сечения рассеяния ρ-мезонов с учетом главных логарифмических членов во всех порядках теории возмущений (ср. [2]). При этом оказывается, что при выборе $a_s = 0,5$ сечение растет слишком быстро по сравнению с экспериментальными данными. Поэтому нужно унитаризовать выражение для амплитуды, что представляет собой еще не решенную задачу.

В заключение хотелось бы обсудить вопрос о нетеорвозмущенческих поправках к амплитуде $A_{\gamma\gamma}(a)$. Их можно разделить на поправки к кварк-кварковому взаимодействию (поправки "на взаимодействие"), и на поправки, которые должны обеспечить, как и в случае поляризации вакуума, совпадение теоретических и экспериментальных выражений для преобразования Бореля величины $\widetilde{\Pi}(M^2)$ в некотором интервале M около m_ρ (поправки "на стабилизацию"). Стабилизацию по каждой виртуальности должны обеспечивать степенные поправки к каждому из блоков на рисунке. Однако в КХД из-за калибровочной инвариантности трудно разделить поправки на взаимодействие и поправки на стабилизацию. Это можно сделать в случае КЭД. Для вклада в $\rho\rho$-сечение от обмена двумя фотонами справедливо выражение, аналогичное (3), причем здесь также существенна область импульсов $k_\perp^2 \sim 0,25\, m_\rho^2$. В этой области естественно использовать векторную доминантность для промежуточных фотонов, которую можно рассматривать как феноменологический учет степенных поправок на взаимодействие. При этом оказывается, что сечение рассеяния незначительно отличается от вычисленного по теории возмущений. В случае КЭД могут быть также вычисленны поправки на стабилизацию. Авторы надеются возвратиться к этому вопросу в следующей публикации.

Авторы благодарны А.И.Вайнштейну, В.Н.Грибову, М.А.Шифману за полезные обсуждения .

Институт ядерной физики
им. Б.П.Константинова
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
22 июля 1979 г.

Литература

[1] H.D.Politzer. Phys. Rev. Lett., 30, 1346, 1973; D.J.Gross, F.W.Wilszek. Phys. Rev. Lett., 20, 1343, 1973.

[2] Я.Я.Балицкий, Л.Н.Липатов. ЯФ, 28, 1597, 1978.

[3] J.J.Sakurai. Phys. Rev. Lett., 46 B, 207, 1973.

[4] M.A.Shifman, A.I.Vainstein, V.I.Zakharov. Nucl. Phys., B 147, 385, 449, 1979.

[5] Л.Н.Липатов, Г.В.Фролов. ЯФ, 13, 588, 1971; H.H.Cheng, T.T.Wu. Phys. Rev., 182, 1852, 1969.

[6] В.Н.Грибов, Л.Н.Липатов. ЯФ, 13, 781, 1218, 1972.

[7] Е.М.Левин, Л.Л.Франкфурт. Письма в ЖЭТФ, 3, 105, 1965.