Письма в ЖЭТФ, том 26, вып. 3, стр. 136 – 138 5 августа 1977 г.

СПИНОВЫЕ КОМПЛЕКСЫ В ОГРАНИЧЕННОЙ ЦЕПОЧКЕ

И.Г.Гочев

Найдены энергия и волновая функция комплекса из произвольного числа перевернутых спинов, локализованного вблизи границы одномерной цепочки.

Известно, что в ферромагнетике с границей могут распространяться поверхностные спиновые волны. Вариационным методом в работе [1] были рассмотрены связанные состояния двух поверхностных волн. В одномерном случае аналогом таких состояний являются спиновые комплексы, локализованные вблизи границы цепочки. В настоящей работе найдены энергия и волновая функция комплекса, состоящего из произвольного числа перевернутых спинов и локализованного вблизи границы одномерной цепочки. В бесконечной цепочке или в цепочке с периодическими граничными условиями спиновые комплексы (в дальнейшем их будем называть объемными комплексами) найдены в работах [2 – 4].

Запишем гамильтониан ферромагнитной цепочки в виде

$$H = -J\sum_{l=1}^{N-1}\left[\frac{1}{g}\left(S_l^x S_{l+1}^x + S_l^y S_{l+1}^y\right) + S_l^z S_{l+1}^z\right], \qquad (1)$$

где $J > 0$, $s = 1/2$ и $g \geq 1$. Вектор состояния с n перевернутыми спинами системы (1) представим в виде $|\psi_n\rangle = \sum\limits_{m_1, m_2 \ldots m_n} B_{m_1 m_2 \ldots m_n} S_{m_1}^- S_{m_2}^- \ldots \ldots S_{m_n}^- |0\rangle$ с $S_m^- \equiv S_m^x - iS_m^y$ и $m_1 < m_2 < \ldots < m_n$. Для амплитуд $B_{m_1 m_2 \ldots m_n}$ из уравнения Шредингера можно получить систему уравнений, которую запишем в форме

$$\left(\epsilon_n - n + p + \frac{1}{2}\delta_{m_1,1}\right) B_{m_1 m_2 \ldots m_n} + \frac{1}{2g}\sum_{j=1}^{n}{}' \left(B_{m_1 \ldots m_j - 1 \ldots m_n} + B_{m_1 \ldots m_j + 1 \ldots m_n}\right) = 0. \qquad (2)$$

Здесь и дальше энергию измеряем в единицах J, $\epsilon_n = E_n - E_0$, $E_0 = -(N-1)/4$ – энергия основного состояния, p – число пар m_j, m_{j+1} среди индексов амплитуды $B_{m_1 m_2 \dots m_n}$, таких, что $m_j = m_{j+1} - 1$. В сумме по j опущены все амплитуды, у которых есть пара совпадающих индексов или $m_1 = 0$ (см. также [4]). Поскольку нас интересуют состояния, локализованные вблизи границы, в уравнениях (2) учтено влияние лишь одного конца цепочки. Уравнения (2) отличаются от уравнений для амплитуд в бесконечной цепочке [4] наличием члена с $\delta_{m_1,1}$.

Ищем решение уравнений (2) в виде

$$B_{m_1 m_2 \dots m_n} = A r^{m_1 + m_2 + \dots + m_n} \prod_{\nu=1}^{n-1} r_\nu^{m_{\nu+1} - m_\nu}, \tag{3}$$

где A – нормировочный множитель, r и r_ν – неизвестные.

Подставляя (3) в систему (2) получаем следующие $n+1$ независимых уравнений ($r_0 \equiv r_n \equiv 1$):

$$\epsilon_n = n - \frac{1}{2g} \sum_{j=0}^{n-1} \left(\frac{r_{j+1}}{r r_j} + \frac{r r_j}{r_{j+1}} \right), \tag{4a}$$

$$2g r_\nu = r r_{\nu-1} + \frac{1}{r} r_{\nu+1}, \quad \nu = 1, 2, \dots, n-1, \tag{4b}$$

$$g r = r_1. \tag{4c}$$

Имеет место близкое сходство соотношений (3), (4a) и (4b) с соотношениями для случая комплексов в бесконечной цепочке [4]: выписанные здесь равенства получаются из соответствующих им в работе [4] заменой $\exp(ik/n)$ на r. Используя решение для объемных комплексов из [4], получаем решение уравнений (4a) – (4c):

$$r = (\operatorname{ch} n\sigma)^{-1/n}, \quad r_\nu = \operatorname{ch} \nu\sigma (\operatorname{ch} n\sigma)^{-\nu/n},$$
$$\epsilon_n = \frac{1}{2} \operatorname{th}\sigma \operatorname{th} n\sigma, \tag{5}$$

где $\sigma = \ln(g + \sqrt{g^2 - 1})$.

Можно убедиться, что при $g > 1$ имеем $0 < r < 1$, $0 < r_\nu < 1$, т.е. в состоянии с волновой функцией (3) перевернутые спины связаны в комплекс, локализованный вблизи границы. В изотропной цепочке ($g = 1$) комплекс не существует. Анализ решения (5) показывает, что: 1) связи между спинами в комплексе самые сильные вблизи границы и ослабевают по мере удаления от нее; 2) энергия ϵ_n меньше энергии объемного комплекса с таким же числом n перевернутых спинов; 3) $\epsilon_n < \epsilon_{n-1} + 1 - \frac{1}{g}$ $(1 - \frac{1}{g}$ есть минимальная энергия объемного магнона); 4) $\epsilon_n > \epsilon_{n-1}$ (при больших k для объемных комплексов выполняется обратное неравенство); 5) при $n \gg 1$ имеем $\epsilon_n = \frac{1}{2} \operatorname{th}\sigma$ (для объемных этот предел равен $\operatorname{th}\sigma$). Таким образом, поверхностные комплексы лежат в интервале (по энергии) $[\frac{1}{2}\,\mathrm{th}^2\sigma,\ \frac{1}{2}\mathrm{th}\,\sigma]$. Заметим, что в последнее время были найдены объемные спиновые комплексы с большим n и в трехмерном ферромагнетике [5]; 6) в сильно анизотропной цепочке ($g >> 1$) при $n \geqslant 2$ имеем

$$\epsilon_n = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2g^2}\right) \qquad (6)$$

в модели Изинга $g \to \infty$ и $\epsilon_n = 1/2$.

В случае конечной цепочки возможны локализованные n частичные состояния и другого типа, когда на одном конце цепочки захвачен комплекс из $n - q$ перевернутых спинов, а на другом – комплекс из q спинов (конечно, N предполагается намного больше характерных размеров комплексов). Можно доказать неравенство $\epsilon_n < \epsilon_{n-q} + \epsilon_q$, т.е. по энергии поверхностный спиновый комплекс является самым низким из всех n-частичных состояний системы (1). При $n = 2$ решение настоящей задачи было найдено раньше в работе [1].

В случае цепочки с периодическими граничными условиями единственность спинового комплекса, найденного в работах [2 – 4] следует из полного рассмотрения Бете [2] и Орбаха [7]. Хотя в случае разомкнутой цепочки нет аналогичного полного исследования, – из факта, что в модели (одномерной) Изинга существует один поверхностный комплекс, следует думать, что найденный здесь комплекс – единственный поверхностный комплекс в модели (1) при любом $q > 1$.

В одномерной цепочке $CoCl_2 \cdot 2H_2O$ экспериментально наблюдались объемные спиновые комплексы вплоть до $n = 14$ [6]. Как уже обсуждалось в [1], это вещество по-видимому подходящее и для возбуждения поверхностных комплексов. Так как для $CoCl_2 \cdot 2H_2O$ $q >> 1$, энергия поверхностных комплексов будет описываться формулой (6).

Институт физики твердого тела
Болгарской Академии наук
(София)

Поступила в редакцию
12 июня 1977 г.

Литература

[1] S.T.Chiu-Tsao. Phys. Rev., B11, 4525, 1975.

[2] H.Bethe. Z. für Physik, 71, 205, 1931.

[3] А.А.Овчинников. Письма в ЖЭТФ, 5, 48, 1967.

[4] И.Г.Гочев. ЖЭТФ, 61, 1674, 1971.

[5] Б.А.Иванов, А.М.Косевич. Письма в ЖЭТФ, 24, 495, 1976.

[6] J.Torrance, M.Tinkham. Phys. Rev. 187, 587, 1969; D.Nicoli, M.Tinkham. Phys. Rev., B9, 3126, 1974.

[7] R.Orbach. Phys. Rev., 112, 309, 1958.