Письма в ЖЭТФ, том 26, вып. 3, стр. 165 – 168 *5 августа 1977 г.*

О КОНВЕКТИВНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ГАЗОВОГО ШАРА

Н.М.Зуева, М.С.Михайлова, Л.С.Соловьев

Рассматривается развитие конвективной неустойчивости в гравитирующем газовом шаре (звезде). С помощью численного решения двумерной задачи на ЭВМ показано, что внутренние слои вещества выносятся на поверхность, что может привести к увеличению светимости звезды на много порядков.

Рассматривается процесс развития во времени конвективной неустойчивости гравитирующего газового шара. Задача с начальными двумерными возмущениями решается численными методами с использованием ЭВМ.

1. В работах [1 – 4] рассматривалась нелинейная винтовая МГД – неустойчивость в плазменном цилиндре. Было показано, что в процессе развития неустойчивости плазма как бы выворачивается наизнанку, так что внутренние слои оказываются на периферии. Полученные в [1 – 4] характерные нелинейные структуры сечений магнитных поверхностей оказываются типичными также для изэнтропических поверхностей, образующихся при развитии конвективной неустойчивости газового шара (звезды).

Уравнения движения для идеального газа

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}\rho\bar{v} = 0 \quad (a) \qquad \frac{\partial N}{\partial t} + \vec{v}\,\nabla N = 0 \quad (б), \tag{1}$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + (\bar{v}\nabla)\,\bar{v} = -\frac{\nabla P}{\rho} - \nabla G \quad (в), \qquad \Delta G = 4\pi\kappa\rho \quad (г),$$

где ρ – плотность, P – давление, $N = P\rho^{-\gamma}$, $\bar{v}$ – скорость, G – гравитационный потенциал, решаются в сферических координатах r, θ, ϕ в предположении аксиальной симметрии ($\partial/\partial\phi = 0$). Исходная равновесная конфигурация соответствует модели Лейна – Эмдена [5] $P = P_0(\rho/\rho_k)^{\gamma_0}$ с $\gamma_0 = 2$ при этом в безразмерных переменных

$$\kappa = \pi/2, \quad P = \rho^2, \quad G = -2\rho, \quad \rho = (\sin\pi r)/\pi r. \tag{2}$$

Начальные возмущения скорости можно задать в виде стационарных течений $\operatorname{div}\rho\bar{v} = 0$, описывающихся функцией тока ψ

$$v_r = \frac{1}{\rho r^2 \sin\theta}\,\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}, \qquad v_\theta = -\frac{1}{\rho r\sin\theta}\,\frac{\partial\Psi}{\partial r}. \tag{3}$$

Регулярные при $r \to 0$ и удовлетворяющие условию $v_r = 0$ при $r = 1$ гармоники Ψ можно представить, например, в виде

$$\Psi = \lambda r^{n+1}\rho^2\sin^2\theta\,P_n'(\cos\theta),$$

где P_n – полиномы Лежандра.

2. Рассмотрим сначала *кинематическую* модель эволюции первой моды $n = 1$ возмущения полагая, что скорости не меняют своей пространственной формы и описываются функцией $\Psi = \lambda r^2\rho^2\sin^2\theta$, где $\rho = 1 - r^2$.

Решение уравнения (1б) для функции $N(r,\theta)$, удовлетворяющей начальному условию $N = N_0(r)$ при $t = 0$, выражается эллиптическими функциями Якоби [3]

$$N = N_0(u), \quad u^2 = 2/3 + \delta + (\beta - \delta)\,\mathrm{sn}^2(F - \tau),$$

$$\operatorname{sn}(F-\tau)=\frac{cd\sin\phi-sr(1-r^2)\cos\theta/\sqrt{a-\delta}(\beta-\delta)\sin\phi}{1-k^2s^2\sin^2\phi},\tag{4}$$

где

$$\sin^2\phi=\frac{r^2-\delta-2/3}{\beta-\delta},\qquad k^2=\frac{\beta-\delta}{a-\delta},\qquad \tau=2\lambda\sqrt{a-\delta}\,t,$$

$$a=\frac{2}{3}\cos\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\epsilon}{3}\right),\qquad \beta=\frac{2}{3}\sin\frac{\epsilon}{3},\qquad \delta=-2/3\cos\left(\frac{\pi}{6}-\frac{\epsilon}{3}\right),$$

$$\sin\epsilon=1-\frac{27}{2}\,\frac{\Psi}{\lambda},$$

c, s, и d – соответственно $\operatorname{cn}(\tau)$, $\operatorname{sn}(\tau)$ и $\operatorname{dn}(\tau)$.

Сечения вначале сферических сечений изэнтропических поверхностей N = const для момента τ = 1 представлены на рис. 1. В процессе эволюции внутренние области газового шара всплывают на поверхность, а внешние области попадают внутрь.

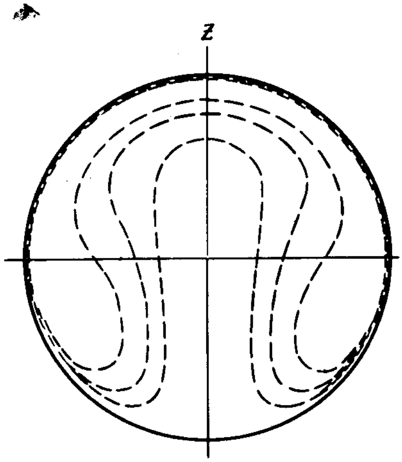

Рис. 1

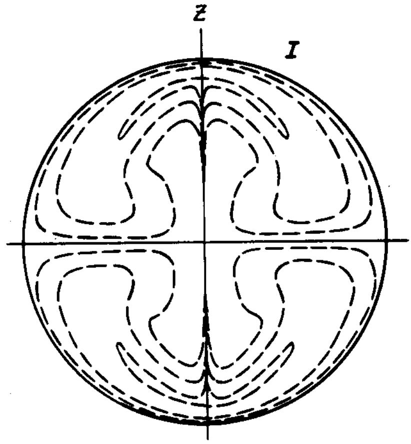

Рис. 2

3. Полная система уравнений (1) решалась численно на ЭВМ для равновесной конфигурации (2) при допущении о неизменности гравитационного потенциала G. Начальные возмущения скорости, удовлетворяющие условию $\operatorname{div}\bar{v}=0$, задавались функцией тока второй гармоники $n=2$

$$\psi=\lambda r^3(1-r^2)\sin^2\theta\cos\theta.\tag{5}$$

При решении задачи использовалось граничное условие $v_r(1)=0$. На рис. 2 представлены сечения изэнтропических поверхностей для $\gamma=5/3$,

$\lambda = 0,1$ в момент времени $t = 5,09$. На рис. 3 приведены графики изменения кинетической энергии в функции от t.

Необходимым условием конвективной устойчивости является требование $N'^{A}(r) > 0$, или для равновесной модели Лейна – Эмдена $\gamma_0 < \gamma_*$,

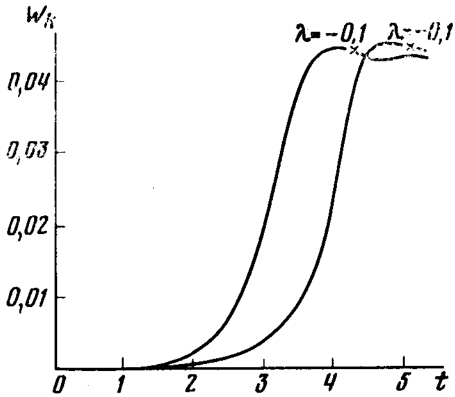

Рис. 3

В рассмотренных выше случаях условие конвективной устойчивости было нарушено во всем интервале $0 < r < 1$, и, соответственно, в неустойчивость вовлекался весь шар. В результате развития неустойчивости внутренние изэнтропические слои выносятся на поверхность, и, поскольку энтропия вморожена в вещество, на периферию выносятся внутренние горячие слои газа. В соответствии с этим растет температура поверхности $kT = mN\rho^{\gamma-1}$. В рассмотренных примерах при $\gamma = 5/3$ температура поверхности T_1 достигает $\sim 0,2T_0$. Характерное время развития неустойчивости $\Delta t \sim R/\sqrt{\gamma_0 - \gamma}\, c_0$, где $c_0^2 = \gamma P_0/\rho_0$. Для звезды типа Солнца, полагая $P_0/\rho_0 \sim \kappa M_{\odot}/R$, получим $\Delta t_{\odot} \sim (\gamma_0 - \gamma)^{-1/2}$ часов.

Повышение температуры поверхности Σ должно с необходимостью приводить к очень сильному увеличению излучения $\sim T_{\Sigma}^4$.

Авторы признательны Н.Н.Ченцову, Н.А.Козыреву и С.И.Брагинскому за полезные дискуссии.

Институт прикладной математики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
29 июня 1977 г.

Литература

[1] Н.И.Герлах, Н.М.Зуева, Л.С.Соловьев. Винтовая МГД неустойчивость идеальной плазмы. Препринт ИПМ АН СССР, №96, 1975.

[2] Н.М.Зуева, Л.С.Соловьев. Эволюция геометрии магнитного поля при винтовом течении плазмы. Препринт ИПМ АН СССР, №95, 1975.

[3] Н.И.Герлах, Н.М.Зуева, Л.С.Соловьев. Нелинейная винтовая МГД неустойчивость. Препринт ИПМ АН СССР, №84, 1976.

[4] Н.М.Зуева, Л.С.Соловьев, А.И.Морозов. Нелинейная неустойчивость плазменных шнуров. Письма в ЖЭТФ, 23, 284, 1976.

[5] Я.Б.Зельдович, И.Д.Новиков. Теория тяготения и эволюция звезд. М., изд. Наука, 1971.