Письма в ЖЭТФ, том 26, вып. 4, стр. 341 – 343 *20 августа 1977 г.*

ВЗРЫВНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ГРАВИТИРУЮЩЕГО ДИСКА

А.Б.Михайловский, В.И.Петвиашвили, А.М.Фридман

Получено условие, при котором колебания малой, но конечной амплитуды тонкого гравитирующего вращающегося газового диска могут привести к так называемой взрывной неустойчивости. Джинсовская неустойчивость диска при этом может вообще отсутствовать.

В работе авторов [1] приведено нелинейное уравнение, описывающее колебания малой, но конечной амплитуды скорости вращающегося гравитирующего диска (используются обозначения работ [1,2]):

$$\hat{L}^2 v_1(t,\phi) = \gamma^2_{k_0} v_1(t,\phi) + \frac{(2-\kappa)k_0^2\,\Omega_0}{\kappa_0}\left[\frac{8(2-\kappa)\,\Omega_0\,\kappa_0}{\omega^2_{2k_0}} - (3-\kappa)\right] \times$$

$$\times\,|\,v_1(t,\phi)|^2\,v_1(t,\phi), \qquad (1)$$

где

$$\gamma_{k_0}^2 = 2\pi G\sigma^0 |k_0| - 2\kappa_0 \Omega_0 - k_0^2 c_s^2, \quad \hat{L} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \Omega_0 \frac{\partial}{\partial \phi},$$

$$\omega_{2k_0}^2 = m^2 \Omega_0^2 \pm 2m\Omega_0 \sqrt{2\Omega_0 \kappa_0} + 2\Omega_0 \kappa_0. \qquad (2)$$

В линейном приближении уравнение (1) описывает неустойчивость Toomre [3] вращающегося гравитирующего диска [1], возмущенные величины растут со временем экспоненциально.

Покажем, что при условии

$$\kappa < \frac{16\,\Omega_0 \kappa_0 - 3\omega_{2k_0}^2}{8\,\Omega_0 \kappa_0 - \omega_{2k_0}^2} \qquad (3)$$

величина $v_1(t, \phi)$ за конечное время стремится к бесконечности.

Прежде всего выясним, насколько условие (3) реально. Если считать, что область значений адиабаты γ принадлежит замкнутому промежутку $1 \leq \gamma \leq 2$, то нетрудно видеть, что для мод $m = 0, 1$ условие (3) может быть выполнено. Действительно, для моды $m = 0$ условие (3) соответствует неравенству $\gamma < 3/2$; для моды $m = 1$ в случае твердотельного вращения, $\Omega_0 = \mathrm{const}$, условие (3) соответствует требованию $\gamma < 5/4$. В настоящее время известно (см., например, [4]), что газ в спиральных рукавах находится в трех фазах. Более 70% вещества сосредоточено в холодных облаках, температура внутри которых порядка 100 K. Около 20% вещества находится вне облаков и имеет температуру $5 \div 10 \cdot 10^3$K. Наконец, около 10% вещества находится при температуре $10 \div 20$K в молекулярной фазе. Многими авторами показано (см. [4] и цитированную там литературу), что возмущения в этих трех фазах распространяются изотермически, что соответствует значению $\gamma \approx 1$ [1]. Таким образом условие (3) для мод $m = 0, 1$ представляется вполне реальным.

В частном случае $m = 0$ уравнение (1) принимает вид

$$\frac{\partial^2 v_1}{\partial t^2} = [\gamma_{k_0}^2 + 3\frac{\Omega_0}{\kappa_0}(2 - \kappa)(\frac{5}{3} - \kappa) k_0^2 |v_1|^2] v_1. \qquad (4)$$

Умножаем почленно уравнение (4) на $\partial v_1/\partial t$ и дважды интегрируем по t. Опускаем в дальнейшем индекс "1" у буквы v, получаем

$$t - t_0 = \int_{v_0}^{v} [w_0(r) + \gamma_{k_0}^2 v^2 + A v^4]^{-1/2} dv, \qquad (5)$$

[1] При температуре $T > 10^4$K происходит интенсивное излучение водорода в линии $\mathrm{Ly} - \alpha$; возбуждение нижнего уровня углерода – главный процесс охлаждения при температуре $T \approx 100$K [4].

где $A = \frac{3}{2}\frac{\Omega_o}{\kappa_o}(2-\kappa)(\frac{5}{3}-\kappa)k_o^2 > 0$ при $\kappa < 5/3$; v_o – начальное возмущение скорости в момент времени t_o; $w_o(r)$ – произвольная функция r.

В общем случае интеграл в (5) выражается через эллиптический интеграл. Для выяснения характера решения рассмотрим какой-нибудь частный случай, при котором интеграл (5) легко берется. Пусть, например, $w_o(r) \lesssim \gamma_{k_o}^2 v_o^2 << Av_o^4$, тогда

$$v/v_o = [1-\sqrt{A}\, v_o(t-t_o)]^{-1}. \qquad (6)$$

Из формулы (6) видно, что за конечное время $(t-t_o) \to (\sqrt{A}\, v_o)^{-1}$ возмущение скорости стремится к бесконечности. Такой стремительный рост возмущения характеризует и так называемую "взрывную" неустойчивость, которая может инициировать звездообразование в газовом диске. Заметим, что эта неустойчивость неджинсовского типа и поэтому может развиваться в областях, существенно меньших джинсовского размера. При этом джинсовская неустойчивость диска может вообще отсутствовать, т.е. $\gamma_k^2 < 0$; однако, при этом необходимо выполнение условия: $|\gamma_{k_o}^2| << \Omega_o^2$ [1].

Благодарим А.Г.Дорошкевича, Р.А.Сюняева за полезные обсуждения результатов работы.

Институт земного магнетизма,
ионосферы и распространения радиоволн
Академии наук СССР
Сибирское отделение

Поступила в редакцию
25 февраля 1977 г.
После переработки
7 июня 1977 г.

Литература

[1] А.Б.Михайловский, В.И.Петвиашвили, А.М.Фридман. Письма в ЖЭТФ, 26, 129, 1977.

[2] C.Hunter. Ann. Rev. Fluid. Mech., 4, 219, 1972.

]3] A.Toomre. Astrophys. J., 139, 1217, 1964.

[4] Я.Б.Зельдович, И.Д.Новиков. Строение и эволюция Вселенной. М., изд. Наука, 1975.