Письма в ЖЭТФ, том 33, вып.1, стр. 44 – 47 *5 января 1981 г.*

ДИНАМИКА МАГНИТНЫХ СОЛИТОНОВ В He^3-B

С.С.Рожков

Рассмотрено рождение и распространение солитонов **n**-текстуры в B-фазе He^3 при наличии магнитного поля. Возможно, что **n**-солитоны в He^3-B наблюдали Вебб, Сагер и Уитли [3] в экспериментах с выключением магнитного поля.

Как показали Маки и Кумар [1], в He^3-B, конденсат которого описывается в терминах единичного вектора **n** и угла θ, наличие магнитного поля приводит к образованию **n**-текстур, аналогичных магнитным стенкам в нематиках [2]. В данной работе рассмотрено рождение и распространение **n**-солитонов при выключении неоднородного магнитного поля. В подобной ситуации Вебб, Сагер и Уитли [3] наблюдали в He^3-B распространение медленных магнитных возмущений, скорость которых сложным образом зависела от возбуждающего магнитного поля. Для отождействления обнаруженных в [3] магнитных возмущений с $\mathbf{n}$-солитонами, исследуемыми в настоящей работе, необходимо провести более детальные измерения зависимости скорости волны от магнитных полей, однако качественно результаты работы [3] можно объяснить на языке $\mathbf{n}$-солитонов.

Рассмотрим функцию Лагранжа $L = T - U$ в He^3-B, находящемся в магнитном поле $\mathbf{H}$. Потенциальная энергия U складывается из градиентной энергии [4]

$$F_B = \int d\mathbf{r} \{ K_1 (\operatorname{div} \mathbf{n})^2 + K_2 (\mathbf{n} \operatorname{rot} \mathbf{n})^2 + K_3 (\mathbf{n} \operatorname{rot} \mathbf{n})^2 - - K_4 \operatorname{div} \mathbf{n} (\mathbf{n} \operatorname{rot} \mathbf{n}) \} \tag{1}$$

и ориентационной энергии в магнитном поле [4]

$$F_{\mathbf{H}} = - a \int d\mathbf{r} (\mathbf{n}\mathbf{H})^2, \tag{2}$$

где $K_i = (b_i/64)\hbar^2 \rho_s / m$, $b_1 = 13$, $b_2 = 11$, $b_3 = 16$, $b_4 = 13\sqrt{15}/8$, ρ_s – сверхтекучая плотность, m – масса атома He^3, выражение для a дано формулой (6) из работы [4]. Формула (1) соответствует конфигурации Леггетта ($\cos\theta_0 = -1/4$), так как для широкого интервала магнитных полей дипольная энергия значительно превосходит $F_{\mathbf{H}}$. Кинетическая энергия равна [1]

$$T = \frac{\chi_B}{2\gamma_0^2} \int d\mathbf{r} [(\vec{\omega} - \vec{\omega}_0)^2 - \vec{\omega}_0^2], \tag{3}$$

где χ_B – восприимчивость He^3-B, γ_0 – гиромагнитное отношение ядер He^3,

$$\vec{\omega}_0 = \gamma_0 \mathbf{H}, \quad \vec{\omega} = -\frac{5}{4} \mathbf{n} \times \mathbf{n}_t + \frac{\sqrt{15}}{4} \mathbf{n}_t, \quad \theta = \theta_0 .$$

Теперь нетрудно получить уравнение движения для вектора $\mathbf{n}$. Ограничимся рассмотрением планарных текстур. Будем считать, что магнитное поле направлено вдоль оси x, а $\mathbf{n} = \{\cos\phi(x), \sin\phi(x), 0\}$. Этот случай относится к splay-bend-деформациям и описывается уравнением

$$\phi_{tt} - c_3^2 \phi_{xx} + \frac{c_3^2}{2\xi_{H3}\phi_x} \frac{\partial}{\partial x} [\sin^2\phi (1 + a^2 \xi_{H3}^2 \phi_x^2)] = 0, \tag{4}$$

где

$$c_i^2 = \frac{b_i}{80} \frac{\gamma_0^2}{\chi_B} \frac{\hbar^2 \rho_s}{m}, \quad \xi_{Hi} = \frac{1}{H}\left(\frac{K_i}{a}\right)^{1/2}, \quad a^2 = 1 - \frac{b_1}{b_3} = \frac{3}{16}.$$

Отметим, что если $K_1 = K_3$ ($a^2 = 0$), статическое решение уравнения

(4) представляет собой стенку, перпендикулярную магнитному полю [2]. Анизотропия ($K_1 \neq K_3$) приводит к тому, что стенка становится несимметричной плоскости $x = 0$.

Если искать решение (4) в виде бегущей волны: $\phi = \phi(x - ut)$, то получим условие

$$\frac{u^2}{c_3^2} << \frac{b_1}{b_3} \approx 1, \tag{5}$$

при выполнении которого различием между K_1 и K_3 можно пренебречь и вместо уравнения (4) решать уравнение

$$\phi_{tt} - c^2 \phi_{xx} + \Omega^2_{\text{H}} \sin\phi \cos\phi = 0. \tag{6}$$

Здесь

$$c_1 = c_3 = c\,, \quad \Omega^2_{\text{H}} = \gamma^2 H^2, \quad \gamma^2 = \frac{4}{5}\,\frac{a\gamma_0^2}{\chi_B}\,.$$

Опишем теперь ситуацию с выключением дополнительного неоднородного магнитного поля $\text{H}_0(x)$. С этой целью для уравнения (6) зададим начальные условия:

$$t = 0,\ \phi = 0,\ \phi_t = \delta\gamma_0 H_0(x)\,, \tag{7}$$

где δ – постоянная, определяемая экспериментально. Делая замену $2\phi = \psi$ и переходя к безразмерным переменным $\tau = \Omega_{\text{H}}\,t$ и $\xi = \Omega_{\text{H}}\,x/c$, получаем стандартное уравнение синус-Гордона

$$\psi_{\tau\tau} - \psi_{\xi\xi} + \sin\psi = 0 \tag{8}$$

с начальными условиями

$$\tau = 0,\ \psi = 0,\ \psi_\tau = 2\,\omega(\xi)\,. \tag{9}$$

Выберем $\omega(\xi)$ в виде, использованном Маки и Кумаром [5] для исследования динамики солитонов в He^3-A методом обратной задачи рассеяния, развитым для уравнения синус-Гордона Абловицем и др. [6].

$$\omega(\xi) = \omega\,\theta\,(l^2 - \xi^2), \tag{10}$$

где $l = L/\xi_{\text{H}}$, $\omega = \delta\gamma_0 H_0/\gamma H$, $2L$ – "длина" импульса, H_0 – напряженность выключаемого магнитного поля. В этом случае можно воспользоваться некоторыми результатами работы [5] . Так для образования N-пар солитонов или пульсирующих (breather) мод [6] необходимо, чтобы выполнялось неравенство [5]

$$l > l_N\,. \tag{11}$$

Здесь

$$I = l\omega\,, \quad I_N = \pi\left(N - \frac{1}{2}\right), \quad N = 1, 2, \ldots$$

Пары солитонов создаются при условии [5]

$$\omega > \omega_N \tag{12}$$

(обратное неравенство соответствует пульсирующим модам). В [5] зависимость ω_N от I найдена численно, однако для ω_N легко получить следующее аналитическое выражение

$$\omega_N = \frac{1 + I^2}{I(1 + I^2 - I_N^2)^{1/2} - I_N}\,, \tag{13}$$

в котором содержится небольшая неточность лишь при $\omega_N \to 1$. И, наконец, скорость N-го солитона равна

$$u_N = c\left(1 - \frac{\omega_N^2}{\omega^2}\right)^{1/2}. \tag{14}$$

Обсудим кратко зависимость скорости солитона от температуры T и полей H_0 и H. Температурная зависимость предельной скорости солитона $c \propto \rho_s^{1/2} \propto (1 - T/T_c)^{1/2}$ (здесь не учитывается зависимость χ_B от T) совпадает с температурной зависимостью скорости магнитных возмущений, обнаруженных в [3]. Величина этой скорости примерно в три ÷ четыре раза меньше c, причем скорость магнитных возмущений возрастала при уменьшении магнитного поля H_M и увеличении поля H_R [3]. Скорость n -солитона согласно формуле (14) имеет подобные зависимости от полей H и H_0, которым соответствуют H_M и H_R. Это легко видеть, когда $\omega_N \sim 1$ и зависимость от H и H_0 определена, в основном, величиной $\omega \propto H_0/H$. Следует еще заметить, что температурная зависимость скорости солитона, данная формулой (14), оказывается более сильной, чем наблюдавшаяся в работе [3], если учесть согласно [4] "экспериментальную" зависимость величины a от температуры.

Автор благодарен Г.Е.Воловику за обсуждение работы.

Институт физики
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
18 ноября 1980 г.

Литература

[1] K.Maki. P.Kumar. Phys. Rev., **16B**, 4805, 1977.

[2] W.Helfrich. Phys. Rev.Lett., **21**, 1518, 1968.

[3] R.A.Webb, R.E.Sager, J.C.Wheatley.Phys. Lett., **54A**, 243, 1975.

[4] H.Smith, W.F.Brinkman, S.Engelsberg. Phys. Rev., **15B**, 199, 1977.

[5] K.Maki, P.Kumar. Phys. Rev., **14B**, 3920, 1976.

[6] M.J.Ablowitz, D.J.Kaup, A.C.Newell, H.Segur Phys. Rev. Lett., **30**, 1262, 1973.