Письма в ЖЭТФ, том 33, вып.2, стр. 97 – 100 *20 января 1981 г.*

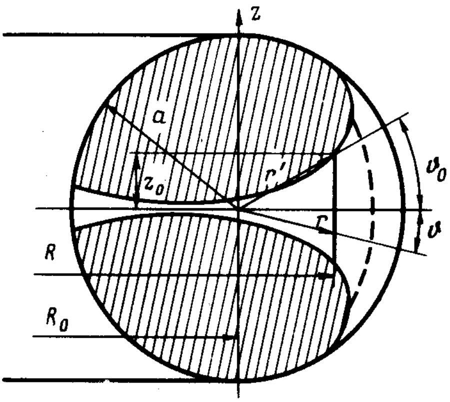
ИОННАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ В ГОФРИРОВАННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ ПРИ НИЗКОЙ ЧАСТОТЕ СОУДАРЕНИЙ

П.Н.Юшманов

При температурах 1 – 5 кэВ теплопроводность ионов, захваченных в локальные магнитные пробки, перестает расти с уменьшением частоты столкновений ν_i, а при более высоких температурах падает пропорционально ν_i.

Одним из механизмов потерь тепла, обусловленным гофрировкой магнитного поля токамака, является дрейф частиц, захваченных в локальные магнитные пробки между катушками продольного поля. До последнего времени теплопроводность локально запертых частиц считалась обратно пропорциональной частоте соударений ν_i : $\chi_i^{r} \sim \delta^{3/2} v_d^2/\nu_i$ (δ – глубина гофрировки, v_d – скорость тороидального дрейфа, ν_i – частота кулоновских столкновений) вплоть до очень низких частот $\nu_i \sim \delta v_d/a$ (a – малый радиус тора), при которых эффективное время между соударениями захваченных частиц $\tau_{эфф} \sim \delta/\nu_i$ сравнивается со временем дрейфа сквозь установку $\tau_d \sim a/v_d$ [1]. Однако, выполненное в [2] численное моделирование показало, что отступление от зависимости $\chi_i^r \sim \nu_i^{-1}$ и переход к $\chi_i^r \sim \nu_i$ наступает значительно раньше в области параметров достижимых в будущих термоядерных установках. Покажем, что теплопроводность в области слабых соударений существенно ниже $\nu_i a^2$ – величины, предсказанной Стрингером, [1], а частота перехода к этому режиму действительно в 10 ÷ 100 раз больше $\delta v_d/a$ и соответствует температурам 1 ÷ 5 кэВ.

При низкой частоте соударений локально запертые частицы не сталкиваясь дрейфуют в вертикальном направлении. Однако, из-за того, что в реальных системах локальные магнитные пробки существуют только при $\theta < \theta_0$ (см. рисунок), эти частицы не покидают установки, а попадают в область, где нет пробок. Возвращаясь вдоль силовой линии, они описывают замкнутые траектории со смещением $\Delta r \sim r\theta_0^2$ от магнитной поверхности. Учитывая теперь слабые столкновения, оценим коэффициент теплопроводности $\chi_i^r \sim f\,\Delta r^2 \nu_{эфф} \sim \nu_i\, r^2 \theta_0^5/\delta^{1/2}$, где $f \sim \delta^{1/2}\theta_0$ – доля локально запертых частиц на магнитной поверхности, $\nu_{эфф} = \tau_{эфф}^{-1}$. Эта оценка справедлива, если частицы продрейфовывают сквозь зону существования пробок $z_o \sim r\,\theta_o$ быстрее, чем за $\tau_{эфф}$ или при $\nu_i \lesssim \delta v_d / r\,\theta_o$.



Сечение токамака вертикальной плоскостью. Область, где отсутствуют локальные магнитные пробки, заштрихована. Сплошной вертикальной линией обозначена траектория локально запертой частицы без радиального электрического поля, пунктиром — траектория при совместном действии тороидального и электрического дрейфов

Для количественного рассмотрения воспользуемся кинетическим уравнением, усредненным по быстрым осцилляциям в локальной магнитной пробке. В переменных $\mu = v_\perp^2 / 2B$ и $\epsilon = v^2/2$ уравнение для поправки к функции распределения ($F = F_M + f$, где F_M — максвелловская функция) имеет вид [3]

$$\frac{1}{\omega R}\,\frac{\partial(\mu J)}{\partial \mu}\,\frac{\partial\,(f + F_M)}{\partial t} = \nu_i\,(\epsilon)\,\frac{\partial}{\partial \mu}\left(\frac{\mu J}{B}\,\frac{\partial f}{\partial \mu}\right), \qquad (1)$$

где ω — циклотронная частота, R — большой радиус тора,

$$J = \int_{\phi_1}^{\phi_2} v_{||}\, d\phi\,,$$

ϕ_1 и ϕ_2 — точки отражения ($v_{||} = 0$) запертых частиц. Столкновительный член в правой части этого уравнения описывает только изотропизацию частиц. Уравнение (1) решается разложением по малому параметру, пропорциональному частоте столкновений,в области где существуют запертые частицы

$$-z_o(R) < z < z_o(R)\,,\ 1 - \Delta\,(z,\ R\,) < \mu B/\epsilon < 1\,, \qquad (2)$$

здесь $\Delta\,(z, R\,)$ — глубина магнитной ямы. Полагая для простоты зависимость глубины ямы от z квадратичной $\Delta(z\,, R\,) = 2\,\delta\,(r\,)\,(1 - z^2/z_o^2\,(R))$ и ограничиваясь случаем $z_o(R) << r$, найдем с необходимой точностью функцию распределения локально запертых частиц

$$f \approx f_o + f_1 = \frac{\partial F_M}{\partial r}\,\frac{z_o^2}{2r}\left[1 - \frac{z^2}{z_o^2} - \frac{1}{2\,\delta(r)}\left(1 - \frac{\mu\,B}{\epsilon}\right)\right] +$$

$$+\ \nu(\epsilon)\,\frac{\omega R z z_o^2}{4r\,\delta(r)\epsilon}\,\frac{\partial F_M}{\partial r}\,. \qquad (3)$$

Чтобы получить поток тепла, проинтегрируем полученное распределение по области ограниченной неравенствами (2) с весом $m\epsilon v_d \sin\theta$ ($v_d = v_\perp^2 / R\omega$) и усредним по магнитной поверхности. Функция f_0 не дает вклада в поток, а вклад от f_1 имеет вид

$$Q_i = \frac{1}{64\sqrt{\pi}} \frac{\theta_0^5 r^2}{\delta^{1/2}} \nu_i \left[0{,}59 \left(\frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial r} + \frac{eE_r}{T_i} \right) - 0{,}148 \frac{1}{T_i} \frac{\partial T_i}{\partial r} \right] nT_i . \quad (4)$$

Величина входящего в это выражение радиального электрического поля определяется из условия амбиполярности диффузии. Если считать, что основной вклад в диффузию дают локально запертые частицы, причем электроны все еще находятся в режиме сильных столкновений ($\nu_e > v_d \delta / r\theta_0$), когда поток электронов Γ_e существенно меньше Γ_i, условие амбиполярности $\Gamma_i = \Gamma_e$ сводится практически к $\Gamma_i = 0$. В этом случае ионная теплопроводность равна

$$\chi_i^r = 4{,}2 \cdot 10^{-3} \nu_i \theta_0^5 r^2 / \delta^{1/2} . \quad (5)$$

Оценим частоту столкновений, при которой происходит переход от "столкновительного" режима ($\chi_i^r \sim \nu_i^{-1}$) к "бесстолкновительному" ($\chi_i^r \sim \nu_i$). Для этого приравняем величины теплопроводностей в этих предельных случаях

$$0{,}9\, \delta^{3/2} v_d^2 \theta_0^3 / \nu_i^0 = 4{,}2 \cdot 10^{-3} \nu_i^0 \theta_0^5 r^2 / \delta^{1/2} . \quad (6)$$

Левая часть равенства это теплопроводность, полученная в [3] в случае $\epsilon / Nq\delta >> 1$, когда $\theta_0 = Nq\,\delta/\epsilon$ (N – число катушек продольного поля, $\epsilon = r/R$). Граничная частота

$$\nu_i^0 \approx 15\delta v_d / r\theta_0 \approx 15 v_d / NqR \quad (7)$$

оказывается на один – два порядка выше значения, предсказанного Стрингером [1]. В то же время оценка (7) с хорошей точностью совпадает с граничными частотами, полученными в упоминавшемся выше численном расчете [2]. Это совпадение позволяет считать, что обнаруженное в [2] уменьшение коэффициента теплопроводности запертых частиц при низких частотах соударений объясняется тем же эффектом – выходом частиц из зоны существования локальных пробок за счет вертикального дрейфа.

В действительности однако дрейфовые траектории запертых частиц не являются вертикальными прямыми. Радиальное электрическое поле $E_r \sim T / ea$, всегда существующее в плазме, заставляет их в дополнение к вертикальному дрейфу вращаться вокруг малой оси тора со скоростью $v_E = cE_r / B \sim v_d R/a$. При этом траектории локально запертых частиц оказываются дугами окружностей с центром смещенным на $r v_d / v_E$ от оси установки. В результате их смещение тносительно магнитной поверхности уменьшается в $(v_E + v_d)/v_d \sim R/a$ раз по сравнению с предыдущей оценкой. Соответственно в $(v_E + v_d)^2/v_d^2 \sim R^2/a^2$ раз уменьшается коэффициент теплопроводности (5). Отметим, что возможность сильного уменьшения χ_i^r в областях, где $v_E \gg v_d R/a$, на самом деле не реализуется. Там, где $v_E \gg v_d R/a$, запертые частицы движутся по эквипотенциальным поверхностям электрического поля. А сами эти поверхности совпадают с магнитными лишь с точностью до a/R. Поэтому даже в случае очень большого электрического поля радиальное смещение частиц оказывается также $r\,\theta_o^2\, a/R$. Таким образом, коэффициент теплопроводности локально запертых частиц в реальных электрических полях следует оценивать как

$$\chi_i^r \approx 4\cdot 10^{-3}\nu_i\ \theta_o^5\ r^2 a^2/R^2\,\delta^{1/2}, \tag{8}$$

а частоту, при которой происходит переход в этот режим –

$$\nu_i^o \approx 15\,\delta v_d R/ar\,\theta_o \approx 15 v_d/Nqa. \tag{9}$$

Бесстолкновительный режим диффузии реализуется при температурах

$$T > (10^{-16}\, nBRNqa)^{2/5}, \tag{10}$$

где T, n, B, R и a измеряются соответственно в эВ, см$^{-3}$, Э, см, см. Для современных установок эта температура составляет 1 кэВ, а для установок с реакторными параметрами $\sim$5 кэВ.

В заключение, оценим существенность теплопроводности запертых частиц (8). Определим для этого угол θ_o, при котором χ_i^r сравнивается с неоклассической теплопроводностью

$$\theta_o \approx 10\,(150\,T/\epsilon B^2 a^2 N^{1/2} q^{1/2})^{2/9}.$$

Для большинства установок значение θ_o оказывается равным 0,2 – 0,3. Поэтому в тех случаях, когда $\theta_o < 0{,}2$ теплопроводность локально запертых частиц несущественна при любых частотах соударений.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
17 ноября 1980 г.

Литература

[1] T.E.Stringer. Nuclear Fusion, 12, 689, 1972.

[2] K.Tani, H.Kishimoto, S.Tamura. 8-th International Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research. Brassels, 1 – 10 July, 1980, IAEA-CN-38/W-2-2.

[3] J.W.Connor, R.J.Hastie. Nuclear Fusion, 13, 221, 1973.