Письма в ЖЭТФ, том 33, вып. 4, стр. 192 – 195 *20 февраля 1981 г.*

САМОМОДУЛЯЦИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ПЛАЗМЕННОГО ЦИКЛОТРОННОГО "МАЗЕРА"

П.А.Беспалов

Показано, что в многоуровневой мазерной системе (в отличии от двухуровневой) стационарная одномодовая генерация может быть неустойчивой.

Примером многоуровневой системы является плазменный циклотронный "мазер", который может реализоваться в плазменной ловушке с магнитными пробками (например, в области радиационных поясов Земли). Сравнительно плотная замагниченная плазма и торцы ловушки образуют резонатор для необыкновенных электронных волн (вистлеров) с частотами $\omega << \omega_B$ – электронной циклотронной частоты [1]. Активным веществом служит небольшая добавка энергичных электронов, которые мало влияют на дисперсионное уравнение, но могут обусловливать усиление вистлеров. Функция распределения энергичных электронов в пробкотроне анизотропна, а эта инверсия населенностей может вызывать циклотронную неустойчивость (ЦН) [2].

При сравнительно слабой накачке (достаточно малой мощности источника энергичных частиц) в условиях кинетической неустойчивости самосогласованную систему квазилинейных уравнений, описывающую нелинейную стадию ЦН в плазменном "мазере", можно усреднить по периоду колебаний частиц между зеркальными точками T_b и волн между торцами резонатора. В этом случае рассеяние электронов по питч-углам вистлерами происходит с незначительным изменением модуля скорости v и при сравнительно узком частотном спектре волн с $\mathbf{k} \parallel \mathbf{B}$ описывается уравнениями [3]:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \kappa}\left(D \mathcal{E} \frac{\partial F}{\partial \kappa}\right) + J , \tag{1а}$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = \left(\int_0^{\infty} \int_{\kappa_c}^{\kappa_m} K \frac{\partial F}{\partial \kappa} \, d\kappa dv\right)\mathcal{E} - \nu \mathcal{E} , \tag{1б}$$

где $\kappa = \sin\theta$, θ — питч-угол частицы при $B = B_{min}$ функция распределения $F(t, \kappa, v)$ нормирована на полное число энергичных электронов в трубке магнитного поля с единичным сечением на уровне торцов $N = 2\pi\sigma\int_0^{\infty}\int_{\kappa_c}^{1} T_b F v^3 \kappa d\kappa dv$ и удовлетворяет граничным условиям не конусе потерь $F\big|_{\kappa = \kappa_c} = 0$ ($\kappa_c = \sigma^{-1/2}$, σ — пробочное отношение), а также на границе области взаимодействия с вистлерами $\left.\frac{\partial F}{\partial \kappa}\right|_{\kappa = \kappa_m} = 0$. В (1а) $J(\kappa, v)$ — мощность источника частиц в магнитной трубке, обусловленная дрейфом поперек магнитного поля, ускорением или инжекцией энергичных электронов. В многоуровневом активном веществе диффузионное слагаемое учитывает переходы между уровнями, связанные с рассеянием частиц по питч-углам. Диффузия частиц в конус потерь происходит тем быстрее, чем больше средняя по трубке магнитного поля плотность энергии волн $\mathcal{E}(t)$. В свою очередь $\mathcal{E}$ определяется из усредненного уравнения переноса (1б), в котором учитывается средний инкремент и потери энергии вистлеров при отражении от торцов и распространении, пропорциональные коэффициенту поглощения ν.

Ниже анализируется устойчивость стационарного состояния $F_0(\kappa, v)$, $\mathcal{E}_0$ системы (1), которое отвечает постоянному уровню интенсивности и балансу между поступлением и высыпанием частиц в конус потерь, в общем случае коэффициенты $D(\kappa, v)$, $K(\kappa, v)$, $\kappa_m(v)$ довольно сложные функции [3]. Однако, при $\beta_* = (\omega_p v/\omega_B c)^2 \gg 1$ они слабо зависят от κ[1]. Считая к тому же, что пробочное отношение не велико, и источник поставляет частицы с малым разбросом по модулю v, в (1) D, K, κ_m можно считать постоянными. Линеаризуя при этом систему (1) около стационарного состояния для процесса $\exp\{\lambda, t\}$ после перехода

[1] При $\beta_* \gg 1$ можно не учитывать смещение частоты, на которой максимален средний инкремент.

к безразмерным переменным получаем:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} + \mu^2 f = \epsilon j, \tag{2а}$$

$$\mu^2 \epsilon + f(\xi = 1) = 0. \tag{2б}$$

Здесь $\xi = (\kappa - \kappa_c)/(\kappa_m - \kappa_c)$, $\mu^2 = -\lambda(\kappa_m - \kappa_c)^2/D\mathcal{E}_0$, $\epsilon = \mathcal{E}_{\sim}/\mathcal{E}_0$,

$f(\xi) = (\kappa_m - \kappa_c)^2(K/D\mathcal{E}_0)\int_0^{\infty} E_{\sim} dv$, $j(\xi) = (\kappa_m - \kappa_c)^4(K/D^2\mathcal{E}_0^2)\int_0^{\infty} J\, dv$.

Подставляя решение (2а), удовлетворяющее граничным условиям (см. (1)) $f(0) = 0$, $\left.\frac{\partial f}{\partial \xi}\right|_{\xi=1} = 0$, в (2б), получаем характеристическое уравнение:

$$\mu^3 \cos\mu = \int_0^1 j(\xi) \sin(\mu\xi)\, d\xi. \tag{3}$$

Согласно (2) неустойчивости отвечает область $|\mathrm{Re}\,\mu| < |\mathrm{Im}\,\mu|$, в которой $\mathrm{Re}\lambda > 0$. Задаваясь источником простейшего вида $j = j_0 = \mathrm{const}$, имеем вместо (3):

$$\mu^4 \cos\mu = j_0(1 - \cos\mu). \tag{4}$$

Для определения границ областей устойчивости подставим в (4) $\mu = a(1 \pm i)$ (a — действительное число), и оказывается, что в зависимости от величины j_0, области устойчивости и неустойчивости могут граничить при

$$j_0 = \frac{4(\pi s)^4 \mathrm{ch}(\pi s)}{\mathrm{ch}(\pi s) - (-1)^s}, \qquad s = 1, 2, .. \tag{5}$$

Когда $j_0 >> 1$, уравнение (4) можно проанализировать методом возмущений. Учитывая, что в области возможной неустойчивости $|\cos\mu| >> 1$, находим:

$$\lambda \sim -\mu^2 \approx \pm i j_0^{1/2} + j_0^{1/2} \exp\left\{-\left(\frac{j_0}{4}\right)^{1/4}\right\} \sin\left\{-\left(\frac{j_0}{4}\right)^{1/4}\right\}. \tag{6}$$

Области устойчивости и неустойчивости с увеличением j_0 периодически чередуются и это согласно с (5).

При произвольной угловой зависимости и достаточно малом j неустойчивости нет, так как для ближайшего к границе устойчивости решения из (3) следует, что $\lambda \sim -\mu^2 \approx -\int_0^1 j\xi\, d\xi$. Асимптотическое выражение для решений (3) при сравнительно больших j получается путем последовательного интегрирования по частям и использования метода возмущений. Для определенных $j(\xi)$ инкремент модуляционной неустойчивости может быть не экспоненциально малым и нет чередования зон устойчивости и неустойчивости. Например. когда $j(0) = 0$, $\frac{\partial j}{\partial \xi}\Big|_{\xi=1} = 0$

$$\lambda \propto -\mu^2 \approx \left(\pm i j^{1/2} + \frac{1}{2j}\frac{\partial^2 j}{\partial \xi^2}\right)\Big|_{\xi=1}. \qquad (7)$$

В частности, $j \propto (4\xi - 8\xi^3 + 5\xi^4)$ отвечает неустойчивость.

Когда источник $J(\kappa, v)$ удовлетворяет тем же граничным условиям, что и F, задачу можно решить без предположения о постоянстве D, K, κ_m путем разложения F и J по собственным функциям оператора диффузии из (1а) с однородными граничными условиями. Таким методом можно установить, что для достаточно слабого источника частота Ω_J и инкремент γ_J нарастания модуляции интенсивности волн определяются выражениями

$$\Omega_J = \left(\int_0^{\infty}\int_{\kappa_c}^{\kappa_m} K \frac{\partial J}{\partial \kappa}\, d\kappa dv\right)^{1/2},$$

$$\gamma_J = \frac{1}{2\Omega_J^2}\int_0^{\infty}\int_{\kappa_c}^{\kappa_m} K \frac{\partial^2}{\partial \kappa^2}\left(D\mathcal{E}_0 \frac{\partial J}{\partial \kappa}\right) d\kappa\, dv,$$

которые согласуются с (7). При использовании (6) и (7) надо учитывать, что $j(\xi)$ повторяет угловую зависимость источника J и обратно пропорциональна его величине, так как $\mathcal{E}_0 \sim J$.

Таким образом, в многоуровневом из-за неоднородности среды одномодовом плазменном "мазере" при определенной (достаточно малой) мощности и угловой зависимости источника стационарный режим циклотронного возбуждения волн неустойчив относительно возмущений с частотой $\Omega_J \propto J^{1/2}$. Возбуждение пиков уровня интенсивности и потоков частиц типично для лабораторных установок и геомагнитной ловушки [4]. Проведенный анализ показывает одну из естественных причин начала такого процесса.

Автор признателен В.Ю.Трахтенгерцу за обсуждение этого вывода.

Институт прикладной физики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
11 декабря 1980 г.

Литература

[1] В.Л.Гинзбург. Распространение электромагнитных волн в плазме. М., изд. Наука, 1967, стр. 165.

[2] Р.З.Сагдеев, В.Д.Шафранов. ЖЭТФ, 39, 181, 1960.

[3] П.А.Беспалов, В.Ю.Трахтенгерц. Сб. Вопросы теории плазмы, вып. 10, М., Атомиздат, 1980, стр. 88.

[4] N.Sato, K.Hayashi, S.Kokubun, T.Oguti, H.Fukunishi. J.Atmosph. Terr. Phys., 36, 1515, 1974.