

О НЕУСТОЙЧИВОСТИ ЗАРЯЖЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОГО ГЕЛИЯ

В.И. Мельников, С.В. Мешков

Показано, что в пределе малой плотности поверхностного заряда основная нелинейность заряженной поверхности связана с условием постоянства знака плотности заряда. Качественно рассмотрена картина развития неустойчивости с ростом прижимающего поля. Рассчитаны параметры одиночной многоэлектронной лунки.

Образование решетки лунок на заряженной поверхности гелия недавно обнаружено на эксперименте [1]. Мы дадим качественное описание развития соответствующей неустойчивости и рассчитаем параметры одиночной лунки. Будем исходить из следующего выражения для энергии

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \int [(\nabla \xi)^2 + \xi^2] d^2r - E \int n \xi d^2r + \frac{1}{2} \int \frac{n(\mathbf{r})n(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^2r d^2r', \quad (1)$$

где учтены вклады поверхностного натяжения, гравитации, взаимодействия электронов с внешним полем E и друг с другом. Вертикальное смещение поверхности $\xi(\mathbf{r})$ и двумерная координата \mathbf{r} измерены в

$(a/\rho g)^{1/2}$, поле E и плотность заряда $n(\mathbf{r})$, которую мы считаем положительной, — в $(\rho g a)^{1/4}$, энергия \mathcal{E} — в $a^2/\rho g$, где a — коэффициент поверхностного натяжения, ρ — плотность гелия, g — ускорение силы тяжести.

В пределе малой плотности $n(\mathbf{r}) \ll 1$ однородное распределение заряда $n(\mathbf{r}) = \bar{n}$ при поле $E_c = (4\pi)^{1/2}$ неустойчиво относительно возникновения волны зарядовой плотности (ВЗП) с единичным по модулю волновым вектором [2]. Вблизи порога неустойчивости энергия \mathcal{E} связана с амплитудой ВЗП \tilde{n} соотношением

$$\mathcal{E} \propto (E_c - E)\tilde{n}^2. \quad (2)$$

Если $E < E_c$, минимум (2) достигается при $\tilde{n} = 0$. Если же $E > E_c$, энергия уменьшается с ростом \tilde{n} и для стабилизации ВЗП необходимо учесть нелинейные ограничения на величину \tilde{n} .

Предлагаемый нами новый механизм нелинейности заряженной поверхности основан на условии постоянства знака плотности заряда $n(\mathbf{r}) \geq 0$. Проиллюстрируем действие этого механизма на примере ВЗП с гексагональной симметрией

$$n(\mathbf{r}) = \bar{n} + \tilde{n} [\cos x + \cos(x/2 + \sqrt{3}y/2) + \cos(x/2 - \sqrt{3}y/2)]. \quad (3)$$

Именно этот вид ВЗП ($\tilde{n} > 0$) был предсказан Горьковым и Черниковой [2] и обнаружен экспериментально Лейдерером и Ваннером [1]. Выражение (3) всюду положительно, пока $\tilde{n} < 2\bar{n}/3$. Это означает, в соответствии с (2), что при переходе поля E через значение E_c скачком возникает ВЗП с амплитудой $\tilde{n}_0 = 2\bar{n}/3$, причем $n(\mathbf{r})$ обращается в нуль в узлах гексагональной решетки типа пчелиных сот. С увеличением поля эти точки расширяются в регулярно расположенные островки, на которых $n(\mathbf{r}) = 0$ (см. рис. 1, а). Период структуры при этом изменяется, обеспечивая минимум энергии (1).

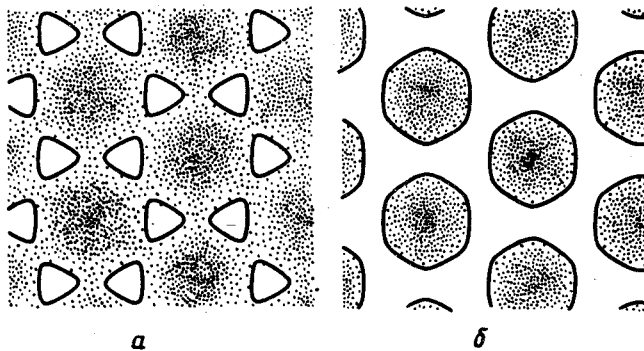


Рис. 1. Распределение заряда на поверхности гелия при $E < E_c^f$ (а) и при $E > E_c^f$ (б). Сплошная линия отделяет области с $n(r) > 0$ от областей с $n(r) = 0$

При некотором значении поля E_c^f островки смыкаются, и области с $n(\mathbf{r}) > 0$ оказываются изолированными друг от друга, поэтому с дальнейшим увеличением поля заряды указанных областей остаются неизменными. Так как средняя плотность заряда фиксирована, период структуры также остается постоянным, сохраняя значение, достигнутое при $E = E_c^f$. С ростом поля размер областей, занятых электронами, будет

уменьшаться (см. рис. 1, б), и в пределе сильного поля мы получим треугольную решетку лунок с кулоновским взаимодействием.

Нелинейные поправки к (1), как показано в [2], имеют порядок \bar{n}^4 . Из сравнения с (2) следует поэтому, что они изменяют изложенную выше картину только вблизи порога неустойчивости, когда $|E - E_c| \sim \bar{n}^2$. Отметим, что и в этом диапазоне полей предложенная нами нелинейность будет весьма существенна. Так, она ограничивает скачок \bar{n} на пороге величиной $2\pi/3$, которая примерно в пять раз меньше скачка $3\pi/(63/8 - 4\sqrt{3})$, следующего из [2]. В соответствии с этим будут уменьшены и гистерезисные эффекты, предсказанные в [2] (см. также [3]).

Выведем теперь уравнения, определяющие $\xi(r)$ и $n(r)$. С этой целью к энергии (1) следует прибавить слагаемое $-\lambda \int n(r) d^2r$ (подбор множителя Лагранжа λ позволяет обеспечить постоянство полного заряда на поверхности) и проварьировать получившийся функционал по $\xi(r)$ и $n(r)$. В итоге получим

$$-\Delta\xi(r) + \xi(r) = En(r); \quad (4)$$

$$-E\xi(r) + \int \frac{n(r')d^2r'}{|r-r'|} = \lambda. \quad (5)$$

Последнее уравнение в силу условия $n(r) \geq 0$ имеет место только в той области r , где $n(r) > 0$. Величина λ , как видно из (5), равна суммарному электростатическому потенциалу в областях, занятых электронами. В более общем случае для каждой из областей с $n(r) > 0$ следует вводить свой параметр λ , причем эти параметры должны определяться по заданным зарядам областей. При наличии временных изменений уравнение (4) следует дополнить производной от $\xi(r)$ по времени, а параметр λ в уравнении (5) — считать функцией времени. Отметим, что линейные уравнения (4) и (5) имеют, вообще говоря, много решений. Правильное решение должно выбираться из условия минимума (1) в сочетании с условием $n(r) \geq 0$.

Мы применили уравнения (4) и (5) к расчету одиночной лунки (на эксперименте такие лунки были наблюдаемы Лейдерером и Ваннером [1]).

Естественно считать, что для одиночной лунки $n(r) > 0$ в некотором круге радиуса R . Внутри круга удобно использовать разложения

$$\xi(r) = \sum_{m=0}^M \sum_{m'} (r/R)^{2m}; \quad (6)$$

$$n(r) = \sum_{m=0}^M N_m (1 - r^2/R^2)^{(m-1/2)}. \quad (7)$$

Разложение (6) и его первая производная сшивались при $r = R$ с функцией $\xi(r) \sim K_0(r)$ (K_0 — функция Бесселя). Разложение (7) было нормировано на полный заряд лунки Q . С учетом этого энергия (1) вычислялась как квадратичная форма по Σ_m, N_m с коэффициентами, зависящими от R . Минимизация \mathcal{E} требовала решения системы линейных уравнений для $\Sigma_m(R), N_m(R)$ и последующей минимизации по R . Было показано, что минимум \mathcal{E} достигается при $N_0(R) = 0$, так что при $r \rightarrow R$ имеем $n(r) \sim (1 - r^2/R^2)^{1/2}$.

Расчет показал, что лунка существует при $E > E_D = 3,698$. Это поле определяет границу устойчивости метастабильных состояний лунки, так как $\mathcal{E}(E_D) > 0$, т. е. превышает энергию невозмущенной поверхности. С ростом поля $\mathcal{E}(E)$ уменьшается и проходит через нуль при $E = 4,062$. В пределе больших полей $\mathcal{E} \approx -0,159 Q^2 E^2 \ln(0,224 E)$.

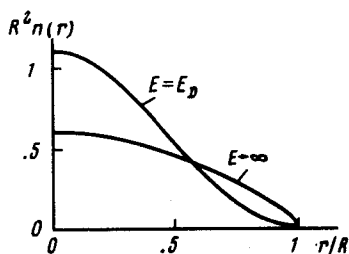


Рис. 2

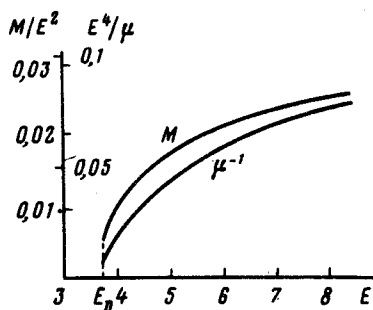


Рис. 3

Рис. 2. Распределение заряда лунки при $E = E_D$ и при $E \rightarrow \infty$

Рис. 3. Зависимость массы и подвижности лунки от прижимающего поля

Распределение плотности заряда при $E = E_D$ и в пределе $E \rightarrow \infty$ представлено на рис. 2¹⁾.

Гидродинамическая масса лунки и ее подвижность, выраженные в единицах $Q^2 \rho / a$ и $a^2 / Q^2 \rho^2 g \nu$ (ν — вязкость гелия), даются выражениями

$$M = \frac{1}{8\pi} \int_0^{\infty} \xi_k^2 k^2 dk; \quad \mu = \frac{\pi}{2} \left[\int_0^{\infty} \xi_k^2 k^4 dk \right]^{-1}, \quad (8)$$

где ξ_k — фурье-образ функции $\xi(r)$. Зависимость массы и подвижности от поля показана на рис. 3. В пределе сильного поля $M \approx E^2/32$, $\mu \approx 9,9 E^{-4}$.

¹⁾ Функция $n(r)$ при $E = E_D$ очень близка к гауссовой. Использование для $n(r)$ гауссовой пробной функции (эта аппроксимация была предложена Лейдерером и Шикиным [4]) дает для E_D значение 3,711, которое отличается от точного всего на 0,3%.

Мы благодарны Л.П.Горькову и Э.И.Рашба за ряд полезных обсуждений.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
8 января 1981 г.

Институт физики твердого тела
Академии наук СССР

Литература

- [1] P.Leiderer, M.Wanner. *Phys. Rev. Lett.*, **42**, 315, 1979.
 - [2] Л.П.Горьков, Д.М.Черникова. *ДАН СССР*, **228**, 829, 1976.
 - [3] H.Ikezi. *Phys. Rev. Lett.*, **42**, 1688, 1979.
 - [4] В.Б.Шикин, П.Лейдерер. *Письма в ЖЭТФ*, **32**, 439, 1980.
-