

УТЕЧКА СВИСТОВЫХ ВОЛН ИЗ ПЛАЗМЕННЫХ ВОЛНОВОДОВ

B.I.Карпман, P.H.Кауфман

Показано, что полное удержание свистовых волн в плазменных волноводах с повышенной плотностью невозможно из-за туннельных процессов. Найден коэффициент затухания волны, обусловленного ее утечкой из волновода. Полученные результаты объясняют ряд экспериментальных фактов.

1. Волноводное распространение свистовых волн интенсивно изучается в последние годы прежде всего в связи с проблемой их самофокусировки и гипотезой о существовании магнитосферных дактов — каналов с повышенной плотностью плазмы, в которых свистящие атмосферики осциллируют между магнитосопряженными точками.

Один из интересных вопросов, который до сих пор остается без ответа — почему при сильной самофокусировке свистов всегда наблюдаются волноводы с меньшей плотностью, чем в окружающей плазме, и никогда — с большей [1], хотя теория, основанная на нелинейном уравнении Шредингера, предсказывает возможность и тех и других [2 – 4].

В настоящей работе показано, что, вопреки результатам, следующим из геометрической оптики и уравнения Шредингера, свисты всегда просачиваются из волноводов с повышенной плотностью, что позволяет понять результаты [1]. Полученные ниже формулы количественно описывают эффект просачивания и дают естественное объяснение ряда явлений, наблюдавшихся в других экспериментах [5, 6].

2. Предположим, что внешнее магнитное поле направлено вдоль оси z , электронная гирочастота $\omega_H = \text{const}$ и ограничимся плоской моделью, считая, что плазменная частота электронов ω_p зависит от x . Рассматривая для краткости только одну компоненту поля волны E_y , можем написать

$$E_y = i F(x) \exp[i(\omega/c)pz - i\omega t] \quad (1)$$

Считая, что ширина волновода значительно больше c/ω , используем ВКБ приближение. Тогда из уравнений Максвелла при условии $(m_e/m_i)^{1/2} \omega_H < < \omega < \omega_H < < \omega_p$ следуют четыре независимых решения, которые для $F(x)$ из (1) имеют вид

$$F_k^\pm(x) = q_k^{-1/2} (p^2 - 4\alpha)^{-1/4} r_k \exp\left(\pm i \frac{\omega}{c} \int_0^x q_k dx\right), \quad (2)$$

где $k = 1, 2$; $a(x) = \omega_p^2(x)/\omega_H^2$, $r_k^2 = p - (-1)^k (p^2 - 4\alpha)^{1/2}$,

$$q_k^2 = \frac{1}{2u^2} [(1 - 2u^2)p^2 - 2\alpha + (-1)^k p(p^2 - 4\alpha)^{1/2}] \quad (3)$$

и $u = \omega/\omega_H$. Индекс k нумерует две ветви свистовой моды. Важное различие между ними состоит в том, что проекция потока энергии на ось x имеет знак, совпадающий со знаком q_k для $k = 1$ и противоположный для $k = 2$.

Из формулы (3) следует, что если $u < 1/2$, то $q_2^2 > 0$ при $\alpha < p^2/4$, и $q_1^2 > 0$ при $\alpha_0 \leq \alpha < p^2/4$, где $\alpha_0 = p^2 u(1-u)$. Для $u > 1/2$ всегда $q_1^2 < 0$, а $q_2^2 > 0$ при $\alpha \leq \alpha_0$.

Предположим, что $u < 1/2$ и профиль плотности $a(x)$ имеет вид симметричного горба: $a(x) = a(-x)$. Тогда при условии

$$\max\left\{4a(0), \frac{a(\infty)}{u(1-u)}\right\} < p^2 < \frac{a(0)}{u(1-u)} \quad (4)$$

графики $q_k(x)$ имеют вид, изображенный на рисунке, откуда следует, что для ветви q_1 образуется волновод (с точки зрения геометрической оптики). При этом $a(\pm x_0) = a_0$. Ветви q_1 и q_2 изолированы благодаря тому, что $a(0) < p^2/4$ (см. (4)). Однако, отклонения от геометрической оптики приводят к нарушению этой изоляции, которое проявляется в трансформации $q_1 \rightarrow q_2$, приводящей к утечке энергии из волновода. Чтобы исследовать этот процесс, напишем $F(x)$ в виде

$$F(x) = C_1 F_1^+(x) + C_2 F_1^-(x) \quad (-x_0 < x < x_0), \quad (5)$$

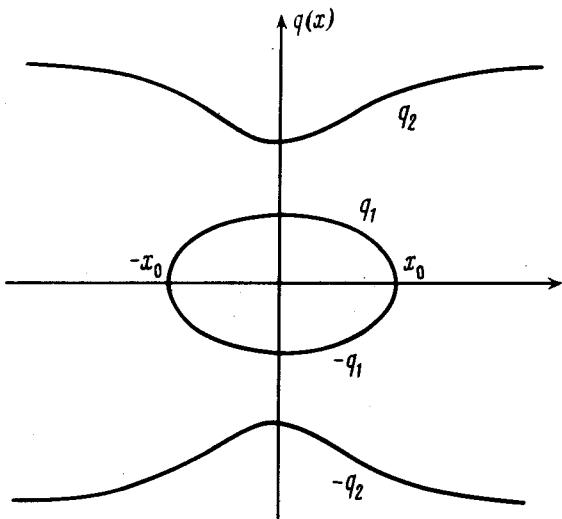
$$F(x) = A_1 |q_1|^{-\frac{1}{2}} (p^2 - 4a)^{-\frac{1}{4}} r^1 \exp \left(-\frac{\omega}{c} \left| \int_{x_0}^x q_1 dx \right| \right) + A_2 F_2^- \quad (x \rightarrow \infty), \quad (6)$$

$$F(x) = B_1 |q_1|^{-\frac{1}{2}} (p^2 - 4a)^{-\frac{1}{4}} r^1 \exp \left(-\frac{\omega}{c} \left| \int_{-x_0}^x q_1 dx \right| \right) + B_2 F_2^+ \quad (x \rightarrow -\infty). \quad (7)$$

Члены $A_2 F_2^-$ и $B_2 F_2^+$ в (6) и (7) описывают указанную утечку. При условии применимости ВКБ приближения они являются малыми. Утечка волны приводит к ее затуханию вдоль оси z , т. е. как видно из (1), к появлению положительной мнимой части у p , а следовательно и у q_k . Снабжая величины без учета просачивания индексом 0, можем написать: $p = p^{(0)} + ip'$, $q_1 = q_1^{(0)} + iq_1'$.

$$q_1' \approx \frac{\partial q_1^{(0)}}{\partial p} p' = -\frac{v_{gz}(q_1^{(0)})}{v_{gx}(q_1^{(0)})} \frac{c}{\omega} \mu \quad (8)$$

(v_g — групповая скорость), где мы воспользовались соотношением $\partial q/\partial p = -v_{gz}/v_{gx}$, вытекающим из дисперсионного уравнения, и ввели коэффициент затухания волны $\mu = (\omega/c)p'$, который можно определить, используя связь между коэффициентами в (5) – (7).



Для этого продолжим (6) в интервал $|x| < x_0$, а затем в область $x < -x_0$ и сравним результаты с (5) и (7). Поскольку точки $\pm x_0$ являются особыми, то их нужно обходить в комплексной плоскости. Другие особенности, важные в данной задаче, — это точки, где $q_1 = q_2$, т. е. где $a(x) = p^2/4$. Как ясно из рисунка, они лежат в комплексной плоскости.

Можно показать, что для широкого класса симметричных профилей ближайшие к вещественной оси особенности такого типа расположены симметрично на мнимой оси: $x = \pm i\xi$, $\xi > 0$. Рассматривая переходы, лежащие над и под особыми точками $\pm x_0$, $\pm i\xi$, получим:

$$|A_2/C_2|^2 = |B_2/C_1|^2 = T, \quad (9)$$

$$T = \exp \left\{ -2 \frac{\omega}{c} \operatorname{Im} \int_0^{i\xi} [q_2^{(o)} - q_1^{(o)}] dx \right\}. \quad (10)$$

Здесь T — коэффициент трансформации $q_1 \rightarrow q_2$, которую можно называть туннельной, так как в данном случае траектория луча проходит через комплексную плоскость. Формула (10) аналогична полученной в [7] для трансформации при прохождении свистовой волны через плавный переходной слой. Там же показано, что $T \ll 1$, если выполнены условия применимости ВКБ приближения.

Пренебрегая членами с A_2 и B_2 в (6) и (7), получаем обычное условие квантования

$$\frac{\omega}{c} \int_{-x_0}^{x_0} q_1^{(o)} dx = n \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Для определения μ напишем условия сохранения потоков энергии в точках $\pm x_0$ с учетом утечки:

$$|C_1|^2 \exp \left(-2 \frac{\omega}{c} \int_0^{x_0} q_1' dx \right) - |C_2|^2 \exp \left(\frac{2\omega}{c} \int_0^x q_1' dx \right) = |A_2|^2. \quad (11)$$

$$|C_2|^2 \exp \left(2 \frac{\omega}{c} \int_0^{-x_0} q_1' dx \right) - |C_1|^2 \exp \left(-2 \frac{\omega}{c} \int_{-x_0}^0 q_1' dx \right) = |B_2|^2$$

(Ввиду малости A_2 и B_2 , мы опустим в правых частях экспоненты с q_2'). Из (11), используя (8) и (9), находим в первом порядке по q_1'

$$\mu = \frac{1}{2} \left(\int_{-x_0}^{x_0} \frac{v_{gz}(x)}{v_{gx}(x)} dx \right)^{-1} T. \quad (12)$$

Формулы (9), (10) и (12) дают полное решение задачи.

Затухание волны при рассмотренных условиях ясно видно на экспериментальных графиках работы [5]. Эффект утечки непосредственно наблюдался в [6].

Наконец укажем, что волноводное распространение в каналах с повышенной плотностью при $u > 1/2$ невозможно, а каналы с пониженной плотностью могут быть идеальными волноводами как при $u \leq 1/2$, так и при $u > 1/2$.

Институт земного магнетизма,
ионосфера и распространения радиоволн

Поступила в редакцию
13 января 1981 г.

Литература

- [1] R.L.Stenzel. Phys. Fluids, 19, 857, 1976.
- [2] H.Washimi. J. Phys. Soc. Japan, 34, 1373, 1973.
- [3] V.I.Karpman, H.Washimi. J. Plasma Phys., 18, 173, 1977.
- [4] K.H.Spatschek, P.K.Shukla, M.Y.Yu, V.I.Karpman. Phys. Fluids, 22, 576, 1979.
- [5] H.Sugai, H.Niki, S.Takeda, M.Inutake. Phys. Fluids, 23, 2134, 1980.
- [6] A.A.Balmashnov. Phys. Lett., 79A, 402, 1980.
- [7] V.I.Karpman, R.N.Kaufman. The Tunnel Transformation of Whistler Waves in an Inhomogeneous Plasma. Preprint IZMIRAN № 38(304), 1980;
ЖЭТФ, 80, № 5, 1981.