Письма в ЖЭТФ, том 33, вып. 5, стр. 285 – 288 *5 марта 1981 г.*

О ДВАЖДЫЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ АСИМПТОТИКЕ ЭКСКЛЮЗИВНЫХ СЕЧЕНИЙ В КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКЕ

Б.И.Ермолаев, В.С.Фадин

В дваждылогарифмическом приближении дано эксклюзивное описание процесса однофотонной e^+e^--аннигиляции в кварк-антикварковую пару и произвольное число глюонов, имеющее простую вероятностную интерпретацию.

Хорошо известно, что ряд теории возмущений для амплитуд процессов квантовой хромодинамики при больших передачах импульса содержит дваждылогарифмы. В инклюзивных сечениях происходит сокращение (полное или частичное) этих дваждылогарифмов с дваждылогарифмами, возникающими при интегрировании по фазовому объему нерегистрируемых частиц (см., например, обзор [1]). Чем детализированнее становится описание процессов, тем бо́льшую роль играют дваждылогарифмы, тем бо́льшее значение приобретает вопрос о дваждылогарифмических асимптотиках амплитуд процессов с произвольным числом частиц и областях фазового пространства, приводящих к дваждылогарифмическому вкладу в сечение.

Ниже дано в дваждылогарифмическом приближении эксклюзивное описание процесса однофотонной e^+e^--аннигиляции в кварк-антикварковую пару и произвольное число глюонов. Анализ процесса весьма сложен и громоздок, поэтому не может быть здесь приведен, однако излагаемый ниже результат поразительно прост и физически нагляден, и может быть поэтому обобщен на другие процессы.

Рассмотрим процесс рождения кварк-антикварковой пары и n-глюонов сначала в борновском приближении. Характерной чертой квантовой хромодинамики, нарушающей пуассоновское распределение излучения [2], является возможность распада глюона на два глюона. Вследствие этого попытка выписать, так же как в квантовой электродинамике, единое выражение для матричного элемента приводит к необозримым выражениям уже для $n = 3$. Удобней оказывается выделить множество неперекрывающихся областей, в каждой из которых матричный элемент имеет простой вид. Также удобней оказывается работать не в привычных для квантовой электродинамики переменных Судакова, а в терминах углов и энергий, и использовать физические векторы поляризации глюонов. Пусть p_- (p_+) – 4-импульс кварка (антикварка), k_i – 4-импульс i-го глюона; $i = 1, 2 \ldots n$; ϵ_-, ϵ_+, ω_i – соответствующие энергии в СЦИ рождающейся системы. Вклад дают только области, где энергии глюонов сильно упорядочены, причем глюоны мягкие; для определенности будем считать

$$\omega_n << \omega_{n-1} << \ldots << \omega_1 << \epsilon_\pm \approx \epsilon . \qquad (1)$$

Рассмотрим произвольную диаграмму Фейнмана без четырех глюонных вершин. Благодаря сильному упорядочению (1), каждая из виртуальных частиц на диаграмме имеет энергию, примерно равную энергии самой энергетичной из тех конечных частиц, на которые она распадается. Линию виртуальной частицы с энергией, примерно равной ω_i, припишем i-му глюону. Если линия i-го глюона начинается с линии j-го, (что возможно только при $i > j$), то будем говорить, что j-ый глюон излучает i-ый; если эта линия начинается с кварковой (антикварковой) линии, то i-ый глюон излучается кварком (антикварком). Сопоставим рассматриваемой диаграмме определенную кинематическую область. Энергии частиц в этой области удовлетворяют условию (1), а по углам область задается следующим образом. Если глюон i, излучаемый частицей j, сам испускает последовательно по ходу своей линии глюоны i_1, $i_2, \ldots i_r$, то

$$\widehat{\mathbf{k}_i \mathbf{k}_j} >> \widehat{\mathbf{k}_i \mathbf{k}_{i_1}} >> \widehat{\mathbf{k}_i \mathbf{k}_{i_2}} >> \ldots >> \widehat{\mathbf{k}_k \mathbf{k}_{ir}} , \qquad (2)$$

где $\widehat{\mathbf{k}_i \mathbf{k}_j}$ – угол между векторами $\mathbf{k}_i$ и $\mathbf{k}_j$. Если глюон i испускается кварком (антикварком), то вместо $\mathbf{k}_j$ в (2) стоит $\mathbf{p}_-(\mathbf{p}_+)$. Для глюонов $j_1, \ldots j_m$, испускаемых кварком (антикварком) последовательно по (против) кварковой линии, углы также упорядочены:

$$1 >> \widehat{\mathbf{p}_\mp \mathbf{k}_{j_1}} >> \ldots \widehat{\mathbf{p}_\mp \mathbf{k}_{j_m}} . \qquad (3)$$

В определенной неравенствами (1) – (3) кинематической области матричный элемент процесса равен

$$M_0 g^n (-1)^m \prod_{i=1}^{n} \frac{(e_i P_i)}{(k_i P_i)} G . \qquad (4)$$

Здесь M_0 – матричный элемент рождения кварк-антикварковой пары без групповой его части; m – число глюонов, испущенных антикварком, e_i – вектор поляризации i-го глюона; P_i – 4-импульс излучившей его частицы; G – групповая часть матричного элемента, которая получается, если в диаграмме Фейнмана, сопоставленной рассматриваемой кинематической области, в вершинах на кварковой линии стоит $\lambda^a/2$, а в трехглюонных вершинах if^{abc}, причем a (b) – индекс глюона с наименьшей (наибольшей) энергией.

Таким образом, каждой фейнмановской диаграмме без четырехглюонных вершин сопоставляется кинематическая область, определенная неравенствами (1) – (3). Матричный элемент процесса в борновском приближении в этой области имеет вид (4). Следует отметить, что выражение (4) получается в результате суммирования вкладов множества фейнмановских диаграмм; не существует калибровки, в которой вклад давала бы только одна диаграмма.

Учет виртуальных поправок приводит к умножению (4) на дваждылогарифмический формфактор F (для процесса без излучения глюонов F вычислялся в [3])

$$F = \exp\left[-\frac{1}{2}\, w^F_{p_-}(1) - \frac{1}{2}\, w^F_{p_+}(1) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} w^V_{k_i}(\theta_i)\right], \qquad (5)$$

где θ_i – угол между импульсами глюона i и излучившей его частицы, $w_p^{F(V)}(\theta)$ – борновская вероятность излучения глюона фермионом (глюоном) с импульсом p в конус с углом раствора θ:

$$w_p^{F(V)}(\theta) = \frac{g^2}{(2\pi)^3}\, C_{F(V)} \int \frac{d^3k}{2\omega}\, \frac{\mathrm{p}^2\theta_k^2}{(kp)^2} \qquad (6)$$

Здесь θ_k – угол между $\mathbf{p}$ и $\mathbf{k}$, интегрирование по θ_k ведется до θ, по ω до p^0.

Вклад в сечение, просуммированное по спиновым и цветовым состояниям рождающихся частиц, равен

$$\sigma_0 \int F^2 \prod_{i=1}^{n} \frac{g^2}{(2\pi)^3}\, C_i\, \frac{d^3k_i}{2\omega_i}\, \frac{\mathbf{P}_i^2\,\theta_{k_i}^2}{(k_i P_i)^2} \qquad (7)$$

где σ_0 – сечение рождения кварк-антикварковой пары; θ_{k_i} – угол между $\mathbf{k}_i$ и $\mathbf{P}_i$; $C_i = C_F(C_V)$, если глюон излучается кварком (глюоном); $C_F = \frac{N^2-1}{2N} = \frac{4}{3}$; $C_V = N = 3$. Область интегрирования в (7) ограничена неравенствами (1) – (3). Сумма вкладов всех таких областей дает полное сечение.

Следует отметить, что в каждой из областей излучение глюонов в дваждылогарифмическом приближении, как следует из формул (4) – (7), является по существу классическим. Формула (7) очевидно допускает интерпретацию в терминах вероятностей распада, что позволяет использовать при анализе процесса "партонный" язык (см. [4]).

Изложенная картина легко может быть проверена на самосогласованность: если вычислить полное сечение, просуммированное по числу глюонов n от 0 до ∞, то дваждылогарифмы сокращаются.

В конкретных вычислениях входящие в (6), (7) интегралы должны быть регуляризованы.

Авторы выражают благодарность Э.А.Кураеву и Л.Н.Липатову за обсуждение.

Институт ядерной физики
Академии наук СССР
Сибирское отделение

Поступила в редакцию
18 ноября 1980 г.
После переработки
21 января 1981 г.

Литература

[1] Yu.L.Dokshitzer, D.I.Dyakonov, S.I.Troyan. Phys. Reports, **58**, 269, 1980.

[2] Э.А.Кураев, В.С.Фадин. ЯФ, **27**, 1107, 1978.

[3] J.J.Carazzone, E.C.Poggio, H.R.Quinn. Phys. Rev., **D11**, 2286, 1975; J.M.Cornwall, G.Tiktopoulos. Phys. Rev. **D13**, 3370, 1976.

[4] Л.Н.Липатов. ЯФ, **20**, 181, 1974.