

СУЩЕСТВУЕТ ЛИ ПРЕДЕЛЬНОЕ ДАВЛЕНИЕ В СТЕЛЛАРАТОРЕ ?

Л.М.Коврижных, С.В.Щенетов

В работе показано, что для не очень длинных систем в рамках существующих теоретических представлений предельное давление по идеальной МГД неустойчивости отсутствует. Максимально допустимое давление определяется предельным значением по равновесию. Тем самым опровергается существующее в литературе мнение, что в стеллараторе нельзя получить большое $\beta = 8\pi r / B^2$.

Распространено мнение, что одним из недостатков стелларатора является малое значение $\beta = 8\pi r / B^2$ (r – давление плазмы, B – напряженность магнитного поля), определяемое условием МГД устойчивости плазмы.

Действительно, если исходить из критерия устойчивости относительно желобковых возмущений, полученного в работе [1]:

$$S_0 = 1 + \frac{2\beta' r}{(rt')^2} [t^2 + N(r^4 t')^2 / r^3] > 0, \quad (1)$$

где t – угол вращательного преобразования, N – число периодов винтовой обмотки, штрихом обозначена производная по малому радиусу r . Из (1) видно, что так как $\beta' < 0$, то плазма устойчива лишь в системах с широм (т.е. при $t' \neq 0$), а максимальное давление оказывается весьма малым.

Так, например, при $t = 0,2 + 0,5 \frac{r^2}{r_0^2}$, $N = 7$, $\beta = \beta_0 \left(1 - \frac{r^4}{r_0^4}\right)$ (r_0 — граничный радиус плазмы), $\max \beta_0 = 0,46\%$.

Однако такой вывод является недостаточно обоснованным. В самом деле критерий (1) получен в пренебрежении как тороидальностью, так и конечным давлением плазмы. С другой стороны расчеты проведенные для токамака, показали, что учет тороидальности оказывается весьма существенным, приводя к стабилизации желобковых возмущений [2]; поправки, связанные с конечностью давления, также оказывают стабилизирующее действие [3]. Аналогичные расчеты для стелларатора были выполнены в работе [4], из которой следует, что оба вышеуказанных фактора действительно оказывают сильное стабилизирующее действие, снимая при разумном выборе параметров магнитной ловушки ограничение на максимальное давление плазмы по МГД устойчивости.

Чтобы показать это, воспользуемся критерием устойчивости, полученным в [4] (см. формулу (35) работы [4]), предположив для простоты, что омический ток равен нулю, а винтовое поле описывается потенциалом, зависящим от полоидального азимута θ и тороидального азимута ϕ в комбинации $\theta - N\phi$ ¹⁾. Кроме того допустим, что имеется дополнительное перпендикулярное однородное поле, характеризующееся величиной $\epsilon_{\perp} = B_{\perp}/B$. В этом случае, учитывая, что смещение вакуум-

ных магнитных поверхностей равно $\xi^* = -\frac{\epsilon_{\perp} R_0}{t} - \frac{3}{R_0 t} \int_0^r r t dr$ критерий устойчивости можно записать в виде

$$1 - A\beta_0 + B_0\beta_0^2 > 0, \quad (2)$$

$$A(r) = -\frac{2f' r}{(rt')^2} \left\{ N \frac{(r^4 t)'}{r^3} + 2t^2 - 13 - \frac{\epsilon R_0}{r^3 t^2} (t' r^3)' + 3 \left[\frac{(r^3 t')'}{r^3 t^2} \times \int_0^r r t dr - \frac{rt'}{t} \right] \right\}, \quad (3)$$

¹⁾ Строго говоря, это предположение никогда не выполняется и в выражении для потенциала всегда присутствуют сателлитные гармоники, амплитуды которых будут определяться законом намотки токонесущих шин [5, 6] и которые необходимо учитывать при анализе тех или иных конкретных систем. Так, если закон намотки задан в виде $\theta = c \cos \theta + N\phi$, то при $c > 0$ сателлитные гармоники оказывают стабилизирующее влияние, а при $c < 0$ — дестабилизирующее. Однако, если закон намотки близок к равнонаклонной спирали $\theta = N\phi$, то вклад сателлитных гармоник будет достаточно мал (во всяком случае для присоединенной области) и сделанное нами предположение оправданно. Кроме того, это предположение упрощает анализ, позволяя избежать введения дополнительных свободных параметров.

$$B_0 = \frac{2f''}{(rt'')^2} \frac{(r^3 t'')'}{r^2 t^3} R_0^2 a(r), \quad a(r) = \frac{t}{r^2} \int_0^r r dr \int_r^\infty \frac{f''}{t} dr, \quad \beta(r) = \beta_0 f(r). \quad (4)$$

Из (2) – (4) видно, что поскольку для классического стелларатора $t'' > 0$, то $B_0 > 0$ и, следовательно, с ростом давления условие устойчивости улучшается. Наложение же внешнего поперечного поля B_\perp может оказывать как стабилизирующее ($\epsilon_\perp > 0$), так и дестабилизирующее ($\epsilon_\perp < 0$) действие. Однако, для бесшировых систем ($t'' \equiv 0$) поперечное поле не влияет на устойчивость плазмы. С другой стороны, поскольку дестабилизирующие (отрицательные) слагаемые растут, а стабилизирующие (положительные) падают с ростом r , то плазма будет устойчива во всем объеме, если условие (2) выполняется на ее границе, т.е. при $r = r_0$. Наконец, условие (2) будет выполняться при любых β_0 , если

$$A(r_0) \leq 2 \sqrt{B_0(r_0)}. \quad (5)$$

Для бесшировых систем ($t'' \equiv 0$) это условие принимает вид

$$4Nt + 2t^2 \leq 13 \quad (6)$$

т.е. требует, чтобы аспектное отношение R_0/r_0 не было слишком велико. Например, при $t = 0,23$ и $N = 2,5$ (что совпадает параметрами W-VIIA) условие (6) выполняется с большим запасом¹⁾.

Для систем с большим широм (полагая для определенности $t = \frac{r^2}{r_0^2} \Delta t$, $f = 1 - \frac{r^2}{r_0^2}$) условие (5) принимает вид

$$6N\Delta t + 2(\Delta t)^2 \leq 4 \frac{R_0}{r_0} (1 + 2\Delta_\perp) + 13 \quad (7)$$

где $\Delta_\perp = \frac{\epsilon_\perp R_0}{r_0 \Delta t}$ – относительное смещение магнитных поверхностей на границе плазмы, вызванное поперечным полем.

Поскольку при заданных остальных параметрах Δt изменяется почти пропорционально R_0 , то условие (7) также налагает ограничение и на большой радиус системы. В общем случае ограничения, налагаемые на N , $t(r)$, r_0/R_0 зависят от конкретного вида функций $f(r)$ и $t(r)$ и без труда могут быть найдены. Не вдаваясь в более детальный анализ укажем лишь, что для параметров всех имеющихся стеллараторов, за исключением Гелиотрона – E (Япония), условие (5) оказывается выполненным.

¹⁾Однако, для того, чтобы выяснить, в какой степени это утверждение справедливо для конкретной установки W-VIIA (ФРГ) необходим более детальный анализ, учитывающий реальную структуру магнитного поля (см. примечание)

Таким образом, поскольку критерий устойчивости относительно баллонных мод [7] является для стеллараторов, в отличие от токамаков [8], менее жестким, чем критерий (2), то из вышеприведенного анализа следует, что для не очень длинных систем, удовлетворяющих условию (5), в рамках существующих представлений предельное давление по идеальной МГД устойчивости отсутствует. Следовательно, максимально достижимое давление будет определяться его предельным значением по равновесию [6, 9], которое в силу условия (5) для систем с большим широм может достигать величины $\Delta t / N$. Заметим, что это последнее также может быть несколько увеличено наложением внешнего поперечного поля, частично компенсирующего смещение магнитных поверхностей, вызываемое собственным магнитным полем плазмы. Несмотря на то, что такое поле ($\epsilon_{\perp} < 0$) ухудшает условие устойчивости, оно может не нарушить (2), если будет включаться только при достаточно больших β , так, чтобы стабилизирующее влияние давления превосходило дестабилизирующее влияние поперечного поля. Хотя точное значение максимального β будет определяться конкретными параметрами установки, однако значение $\sim 10\%$ представляется вполне реальным.

Физический институт им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
12 марта 1981 г.

Литература

- [1] J.M.Green, J.L.Johnson, K.E.Weimer. Plasma Phys., 8, 145, 1966.
- [2] В.Д.Шафранов, Э.И.Юрченко. ЖЭТФ, 53, 1157, 1967.
- [3] А.Б.Михайловский. Неустойчивости плазмы в магнитных ловушках. М., Атомиздат, 1978.
- [4] Л.М.Коврижных, С.В.Щепетов. Физика плазмы, 6, 976, 1980.
- [5] Л.М.Коврижных. ЖТФ, 33, 377, 1963.
- [6] И.С.Данилкин. Физика плазмы, 4, 1033, 1978.
- [7] Л.М.Коврижных, С.В.Щепетов. Препринт ФИАН №1, 1981.
- [8] О.П.Погуце, Э.И.Юрченко. Письма в ЖЭТФ, 28, 344, 1978.
- [9] М.И.Михайлов. Физика плазмы, 6, 45, 1980.