Письма в ЖЭТФ, том 33, вып.9, стр. 484 – 488 *5 мая 1981 г.*

ОБ ЭФФЕКТЕ ГОРЯЧЕЙ СТРУИ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ СТОЛКНОВЕНИЯ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

В.А.Хангулян, В.М.Галицкий, Ю.Б.Иванов

Рассмотрен процесс прохождения ядерной частицы через бесконечную ядерную материю. Показано, что в ней возникает струйное коллективное движение. Оценена температура струи ($T \sim$ 100 Мэв).

Рассмотрим процесс прохождения ядерной частицы со скоростью $\mathbf{u}$ ($|\mathbf{u}| > s$, где s – скорость звука в ядерном веществе) через бесконечную ядерную среду. Будем рассматривать установившееся коллективное движение ядерной среды, пренебрегая влиянием среды на движение частицы. Такое движение среды будет описываться уравнениями гидродинамики, которые в системе координат, связанной с налетающей частицей, имеют вид:

$$\begin{gathered}\operatorname{div} \rho \mathbf{v} = 0, \\ \rho (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p - \frac{m \mathbf{v}}{\tau} \delta(\mathbf{r}), \\ \rho \mathbf{v} \nabla \left(\frac{\mathbf{v}^2}{2} + \frac{5}{2} \frac{p}{\rho} \right) = - \frac{m \mathbf{v}^2}{2\tau} \delta(\mathbf{r}),\end{gathered} \tag{1}$$

где ρ, p, $\mathbf{v}$ – плотность, гидродинамическое давление и гидродинамическая скорость среды, соответственно. Уравнения (1) в отличии от обычных уравнений гидродинамики содержат в правой части δ-образные члены, которые описывают влияние налетающей частицы на среду. Здесь τ – параметр характеризующий передачу импульса и энергии от налетающей частицы к среде. Отметим, что такая запись уравнений гидродинамики удовлетворяет принципу относительности Галилея. Параметр τ может быть вычислен в некоторой модели, исходя из кинетического уравнения Больцмана. В частности, для простого классического нуклонного газа $\tau = 4 \cdot 10^{-24}$ сек. При написании системы (1) мы также предположили, что среда описывается уравнением состояния идеального газа, т.е. для энтальпии использовано выражение $w = \frac{5}{2} \frac{p}{\rho}$.

Здесь следует отметить, что уравнения гидродинамики (1) выражают законы сохранения массы, импульса и энергии. Кроме того, в системе уравнений (1) предположено, что тензор плотности потока импульса имеет вид $\Pi_{ik} = \rho v_i v_k + p \delta_{ik}$. Это допущение не является жестким ограничением, ибо сплошная среда, которая находится в состоянии локального термодинамического равновесия характеризуется $v_i(x)$, $\rho(x)$, $p(x)$ и из единственного вектора v_i можно составить лишь один симметричный тензор второго порядка $v_i v_k$. Этот факт и выражает вид Π_{ik}. Все сказанное позволяет надеяться, что уравнения (1) дают хорошую модель для описания столкновений тяжелых ионов высоких энергий.

Рассмотрим случай, когда скорость налетающей частицы близка к скорости звука в среде. Тогда, как хорошо известно, можно использовать линейное приближение, т.е. $\rho = \rho_0 + \rho'$, $p = p_0 + p'$, $\mathbf{v} = \mathbf{u} + \mathbf{v}'$, где $\mathbf{u}$ – скорость налетающего потока в системе, связанной с налетающей частицей. Она направлена вдоль оси x от $+\infty$ к $-\infty$. Тогда линейное приближение имеет вид

$$\begin{gathered}\rho_0 \operatorname{div} \mathbf{v}' + \mathbf{u} \operatorname{grad} \rho' = 0, \\ \rho_0 (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{v}' = -\nabla p' - \frac{m \mathbf{u}}{\tau} \delta(\mathbf{r}), \\ \rho_0 \mathbf{u} \left\{ (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{v}' + \frac{5}{2\rho_0} \nabla p' - \frac{5}{2} \frac{p_0}{\rho_0^2} \nabla \rho' \right\} = - \frac{m \mathbf{u}^2}{\tau} \delta(\mathbf{r}).\end{gathered} \tag{2}$$

Для решения линейной системы дифференциальных уравнений (2) воспользуемся преобразованием Фурье. Пусть $a_{\mathbf{k}}$, $b_{\mathbf{k}}$ и $\mathbf{c}_{\mathbf{k}}$ являются преобразованиями Фурье от ρ', p' и $\mathbf{v}'$ соответственно. Тогда они должны удовлетворять алгебраической системе уравнений, решение которой имеет вид

$$a_{\mathbf{k}} = -i\,\frac{m}{r}\left(s^2 + \frac{1}{3}\mathbf{u}^2\right)\frac{(\mathbf{k}\mathbf{u})}{s^2\left((\mathbf{k}\mathbf{u})^2 - \mathbf{k}^2 s^2\right)} + i\,\frac{m}{3r}\,\frac{\mathbf{u}^2}{s^2}\,\frac{1}{(\mathbf{k}\mathbf{u})},$$

$$b_{\mathbf{k}} = -i\,\frac{m}{r}\left(s^2 + \frac{1}{3}\mathbf{u}^2\right)\frac{(\mathbf{k}\mathbf{u})}{(\mathbf{k}\mathbf{u})^2 - \mathbf{k}^2 s^2}, \tag{3}$$

$$\mathbf{c}_{\mathbf{k}} = i\,\frac{m}{r\rho_0}\left(s^2 + \frac{1}{3}\mathbf{u}^2\right)\frac{\mathbf{k}}{(\mathbf{k}\mathbf{u})^2 - \mathbf{k}^2 s^2} + i\,\frac{m\mathbf{u}}{r\rho_0(\mathbf{k}\mathbf{u})}.$$

Используя выражения (3) и совершив обратное преобразование Фурье найдем

$$p' = \frac{m}{r}\left(s^2 + \frac{1}{3}\mathbf{u}^2\right)\frac{|\mathbf{u}|}{2\pi(\mathbf{u}^2 - s^2)}\,G\,\Theta(-x),$$

$$\rho' = \frac{m}{r}\left\{\left(s^2 + \frac{1}{3}\mathbf{u}^2\right)\frac{|\mathbf{u}|}{2\pi s^2(\mathbf{u}^2 - s^2)}\,G - \frac{1}{3}\,\frac{|\mathbf{u}|}{s^2}\,\delta^{(2)}(\mathbf{r}_\perp)\right\}\Theta(-x),$$

$$\mathbf{v}' = -\frac{m}{r}\left\{\left(s^2 + \frac{1}{3}\mathbf{u}^2\right)\frac{1}{2\pi\rho_0(\mathbf{u}^2 - s^2)}\left(G\mathbf{n}_u + \frac{\sqrt{\mathbf{u}^2 - s^2}}{|\mathbf{u}|}F\mathbf{n}_{r_\perp}\right) + \frac{1}{\rho_0}\mathbf{n}_u\,\delta^{(2)}(\mathbf{r}_\perp)\right\}\Theta(-x), \tag{4}$$

где $\mathbf{n}_u = \mathbf{u}/|\mathbf{u}|$, $\mathbf{n}_{r_\perp} = \mathbf{r}_\perp/|\mathbf{r}_\perp|$ – единичные вектора $(\mathbf{u}\mathbf{r}_\perp) = 0$. $\Theta(x)$ – единичная функция, а функции F и G определяются выражениями

$$G = \begin{cases} -\dfrac{|x|\,a}{(x^2a^2 - \mathbf{r}_\perp^2)^{3/2}}, \\ +\infty, \\ 0 \end{cases} \qquad F = \begin{cases} -\dfrac{|\mathbf{r}_\perp|}{(x^2a^2 - \mathbf{r}_\perp^2)^{3/2}} & \text{при } |x|\,a > r_\perp \\ +\infty, & \text{при } |x|\,a = r_\perp, \\ 0, & \text{при } |x|\,a < r_\perp \end{cases} \tag{5}$$

где

$$a = \frac{s}{\sqrt{\mathbf{u}^2 - s^2}}. \tag{6}$$

Коллективное движение ядерной материи описываемое выражением (4) – (6) содержит две характерные особенности. Во-первых, это наличие конуса Маха

$$\sin\beta = s/u, \tag{7}$$

в котором распространяется возмущение от пролетающей частицы. Это явление уже обсуждалось в работе [1]. Во-вторых, в отличие от [1] данное коллективное движение характеризуется "отрывом струи" [2]. Указанное явление находит свое выражение в наличии в формулах (4) δ-образных членов в ρ' и $\mathbf{v}'$, т.е. имеются линия разрыва в среде (линия тока которая тянется из $x = 0$ в $-\infty$). В окрестности такой особой линии необходимо учитывать диссипативные процессы. Учет диссипативных процессов приводит к размытию δ-образных членов и образованию областей конечных размеров, в которых происходит нарушение условия потенциальности движения, которое предположено в [1]. В частности, учет вязкости (η – коэффициент сдвиговой вязкости) приводит к характерному размеру δ "струи" [2]

$$\delta = 2\sqrt{\frac{|x|\eta}{u\rho_0}} \tag{8}$$

и тогда δ-функция размазывается следующим образом:

$$\delta^{(2)}(\mathbf{r}_\perp) = \frac{\delta(r_\perp)}{\pi r_\perp} \to \frac{1}{2\pi r_\perp}\sqrt{\frac{u\rho_0}{|x|\eta}} \cdot \begin{cases} 1, \text{ при } r_\perp \leqslant \delta \\ 0, \text{ при } r_\perp > \delta \end{cases} . \tag{9}$$

Покажем теперь, что при таком коллективном возбуждении ядерной среды, происходит нагрев только струи, а конус Маха остается при первоначальной температуре. Действительно, используя выражение для внутренней энергии идеального газа на частицу [3] $\epsilon = \frac{3}{2}\frac{p}{\rho}$ получим:

$$\Delta\epsilon = \frac{3}{2}\frac{p'}{\rho_0} - \frac{3}{2}\frac{p_0}{\rho_0^2}\rho'. \tag{10}$$

С другой стороны $\Delta\epsilon = \Delta\epsilon_x + \Delta\epsilon_T$, где $\Delta\epsilon_x$ – изменение внутренней энергии за счет сжатия $\Delta\epsilon_x = \frac{p_0}{\rho_0^2}\rho'$, а $\Delta\epsilon_T$ – изменение внутренней энергии из-за нагрева $\Delta\epsilon_T = \gamma T^2\rho_0^{-4/3}\epsilon_0$ $\left(\gamma = 0{,}18\,(m/\hbar^2)^2,\ \epsilon_0 = \frac{3}{5}\epsilon_F\right)$. Тогда подставляя все эти выражения в (10) получим

$$T^2 = \xi\epsilon_0^2\,\frac{p' - s^2\rho'}{s^2\rho_0}, \tag{11}$$

где $\xi = 1{,}15$. Используя, теперь выражения (4) легко увидеть, что $p' - s^2\rho'$ тождественно равно нулю в конусе Маха и отлично от нуля только в струе. Поэтому температура $T = 0$ в конусе Маха, а в струе происходит ее повышение и она определяется

$$T^2 = \frac{1}{6\pi}\,\xi\epsilon_0^2\,\frac{mu}{r}\,\frac{1}{s^2\rho_0}\sqrt{\frac{u\rho_0}{|x|\eta}}\,\frac{1}{r_\perp}. \tag{12}$$

Если воспользоваться интерполяцией для температурной зависимости коэффициента вязкости η [4], то легко показать, что максимальная температура струи $T_{max} \approx 2{,}4\ \epsilon_F \approx 100$ МэВ. В этих оценках принято, что $\tau = 4 \cdot 10^{-24}$ сек. Следует отметить, что данная оценка явно завышена из-за использования низкотемпературного выражения для зависимости $\Delta\epsilon_T$ от T (при $T < \epsilon_F$).

Таким образом, в результате прохождения ядерной частицы через ядерную среду в ней возникает коллективное движение в виде сильно нагретой ($T \sim 100$ МэВ), струи, движущейся в направлении движения падающей частицы. Эта струя, по-видимому, должна приводить к угловому распределению вылетающих частиц, который имеет максимум в передней полусфере.

Поступила в редакцию
31 марта 1981 г.

Литература

[1] A.E.Glassgold, W.Heckrotte, K.Watson. Ann. of Phys., 6, 1, 1959.

[2] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Механика сплошных сред. М., ГИТТЛ, 1954.

[3] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Статистическая физика. М., 1976.

[4] В.М.Галицкий, Ю.Б.Иванов, В.В.Хангулян. ЯФ, 30, 778, 1979.