Письма в ЖЭТФ, том 33, вып. 10, стр. 511 – 515 *20 мая 1981 г.*

ДВУМЕРНЫЕ РОТОНЫ ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ГЕЛИЙ II – ВЕРДОЕ ТЕЛО

В.Н.Бондарев

Показано, что в сверхтекучем гелии вблизи границы с твердой подложкой должна существовать серия локализованных состояний, отвечающих двумерным ротонам с меньшими, чем у объемного ротона, значениями характерных импульсов. Из сравнения с экспериментом оценена энергия связи основного дискретного уровня.

В недавних экспериментах [1] по неупругому рассеянию нейтронов в пленках HeII на Graphon'е обнаружено, что, наряду с пиком $\Delta \approx$

$\approx 0{,}77$ мэВ, соответствующим энергии объемного ротона, имеется дополнительный низкоэнергетический максимум $\Delta_r \approx 0{,}54$ мэВ, положение которого практически не зависит от толщины пленки (значение вектора рассеяния нейтрона выбиралось близким к волновому вектору, соответствующему ротонному минимуму в объеме HeII). С целью выяснения природы дополнительного пика в работе [1] было лишь высказано предположение о возможном существовании особых ротонных возбуждений в уплотненном слое вблизи границы гелий – твердое тело. Ниже показано, что в ван-дер-ваальсовом поле притяжения квазичастица ротонного типа имеет серию приповерхностных дискретных уровней, отвечающих двумерным ротонам, законы дисперсии которых, в принципе, могут быть восстановлены из экспериментов по рассеянию нейтронов.

Рассмотрим полубесконечный объем HeII, ограниченный плоской твердой подложкой. Последняя действует как источник ван-дер-ваальсовых сил, приводя к уплотнению жидкости [2]. Ротон "ощущает" эти силы, т. е. близость к границе гелий – твердое тело, через изменение ротонных параметров, главным образом, щели $\Delta(\rho)$, зависящей от локальной плотности гелия ρ [3]. Согласно общей теории ван-дер-ваальсовых сил [2], добавка к плотности жидкости на расстоянии z от границы, превышающем межатомное a, имеет вид (см., например, [4][1])

$$\delta\rho(z) = \frac{\hbar}{16\pi^2 u_1^2 z^3}\int_0^\infty d\omega\,[\epsilon(i\omega) - 1] > 0, \tag{1}$$

где u_1 – скорость первого звука, $\epsilon(i\omega)$ – диэлектрическая проницаемость жидкого гелия на мнимой частоте, и за начало отсчета плотности принято ее объемное значение. В линейном по $\delta\rho$ приближении

$$\Delta(z) = \Delta + (\partial\Delta/\partial\rho)_0\,\delta\rho(z) = \Delta - \gamma_3/z^3, \qquad \Delta \equiv \Delta(\infty), \tag{2}$$

причем постоянная $\gamma_3 > 0$ (для сверхтекучего гелия $(\partial\Delta/\partial\rho)_0 < 0$, [5,6]). Слагаемое $U(z) = -\gamma_3/z^3 \sim -\Delta/(z/a)^3$ в (2) представляет собой потенциальную энергию ротона в поле подложки и соответствует притяжению.

Стационарное уравнение Шредингера для волновой функции ротона Ψ, принадлежащей собственному значению E,

$$\{\Delta + (\hbar^2\vec{\nabla}^2 + p_0^2)^2/(8\mu p_0^2) + U(z)\}\Psi = E\Psi \tag{3}$$

может быть получено (Лифшицем и Питаевским [7] впервые в подобной постановке рассматривался вопрос о квазиклассическом рассея-

[1] Рассматривается случай z, малых по сравнению с длинами волн $\lambda_0 \sim 1000$ Å, характерными для спектра поглощения He [2]. Диэлектрическая постоянная подложки предполагается много большей единицы.

нии ротонов вихревыми нитями; см. также [8]) путем замены импульса ротона $\mathbf{p}$ оператором $-i\hbar\vec{\nabla}$ в классической функции Гамильтона, следующей из альтернативного представления спектра элементарных возбуждений Ландау вблизи минимума, расположенного при $p = p_0$; μ – эффективная масса ротона.

В рассматриваемом случае движение ротона вдоль поверхности – свободное с импульсом $\mathbf{p}_{\parallel}$ – отделяется от поперечного. Представляя волновую функцию последнего $\psi(z)$ в квазиклассической форме [9]

$$\psi(z) = \exp[i\sigma(z)/\hbar], \qquad \sigma(z) = \sigma_0(z) - i\hbar\sigma_1(z) + \ldots , \tag{4}$$

получаем (штрих – производная по z):

$$[(\sigma_0')^2 - p_0^2 + p_{\parallel}^2] = 8\mu p_0^2 [E - \Delta - U(z)], \tag{5}$$

$$\sigma_1 = -\frac{1}{2}\ln\{\sigma_0'[(\sigma_0')^2 - p_0^2 + p_{\parallel}^2]\}, \ldots .$$

В наиболее простом случае $p_{\parallel} = p_0$ находим из (5), что финитному движению ротона соответствует $E < \Delta$, а классические точки поворота определяются уравнением

$$E - \Delta = U(z_{1,2}). \tag{6}$$

Левая точка поворота z_1 должна определяться ходом потенциала на расстояниях от границы порядка a, где нарушается макроскопическое приближение. В связи с этим глубоколежащие уровни двумерных ротонов не могут быть исследованы в рамках излагаемого подхода. Что же касается слабосвязанных состояний, то соответствующие им классически разрешенные области будут существенно превышать межатомное расстояние, и энергии слабосвязанных уровней можно найти без задания конкретной модели границы HeII -подложка.

Квазиклассическое действие σ_0, соответствующее движению ротона в классически разрешенной области, должно быть квантовано. Исходя из (5) при $p_{\parallel} = p_0$ получаем условия квантования в виде (это может быть подтверждено детальным рассмотрением):

$$\int_{z_1}^{z_2} \{8\mu p_0^2 (E - \Delta + \gamma_3/z^3)\}^{1/4} dz = \pi\hbar n, \qquad n \text{ – целое}, \tag{7}$$

откуда для слабосвязанных состояний ($n >> 1$) выводим

$$E_n = \Delta - \frac{(8\mu p_0^2)^3 \gamma_3^4 I_0^{12}}{(\pi\hbar n)^{12}}, \quad I_0 \equiv \int_0^1 d\xi \left(\frac{1}{\xi^3} - 1\right)^{1/4} = \frac{\Gamma\left(\frac{5}{4}\right)\Gamma\left(\frac{1}{12}\right)}{3\Gamma\left(\frac{4}{3}\right)} \approx 3{,}9. \tag{8}$$

Таким образом, при $p_{\parallel} = p_0$ число приграничных дискретных уровней ротона бесконечно; уровни сгущаются к значению $E = \Delta$.

Остановимся на одном общем результате. При значениях $p_{||}$, близких к p_0, можно в уравнении (3) считать

$$V(z) = \frac{1}{8\mu p_0^2}\left\{(p_0^2 - p_{||}^2)^2 + 2\hbar^2(p_0^2 - p_{||}^2)\frac{d^2}{dz^2}\right\} \qquad (9)$$

оператором возмущения. Поступая обычным способом [9], в первом порядке теории возмущений находим с точностью до $(p_0^2 - p_{||}^2)$ измененное значение энергии n-ного уровня

$$E_n(p_{||}) = E_n - \frac{p_0^2 - p_{||}^2}{4\mu}\;\frac{\hbar^2}{p_0^2}\int\left|\frac{d\psi_n^{(0)}}{dz}\right|^2 dz, \qquad (10)$$

где $\psi_n^{(0)}$ – собственная функция уравнения (3) при $p_{||} = p_0$, принадлежащая значению E_n. Из (10) видно, что при уменьшении $p_{||}$ энергия уровня понижается. Разберем случай произвольного $n >> 1$. Поскольку окончиться при $E < \Delta$ спектр $E_n(p_{||})$ не может, ясно, что при некотором $p_{||} = p_{n0} < p_0$ он должен пройти через минимум. Нетрудно показать, что значение p_{n0} дается уравнением

$$p_{n0} = p_0\left(1 - \frac{\hbar^2}{p_0^2}\int\left|\frac{d\psi_{n0}}{dz}\right|^2 dz\right)^{1/2} < p_0, \qquad (11)$$

где ψ_{n0} – волновая функция n-ного дискретного уровня, являющаяся решением уравнения (3) при $p_{||} = p_{n0}$. Полученный результат можно сформулировать в виде следующего утверждения: понижение числа степеней свободы ротона приводит (по крайней мере для слабосвязанных состояний) к уменьшению характерного импульса по сравнению с объемным значением p_0. Можно предположить, что это правило выполняется и для основного состояния двумерного ротона (экспериментальные данные [1] не противоречат такому предположению).

В заключение отметим, что найденный [1] с помощью рассеяния нейтронов в пленке HeII низкоэнергетический пик соответствует энергии связи локализованного ротона $\delta_0 \equiv \Delta - \Delta_0 \approx 2{,}6$ К. Еще раз подчеркнем, что при интерпретации экспериментов типа [1] следует учитывать наличие предсказанных в настоящей работе возбужденных ветвей двумерных ротонов.

Представляется интересным проведение дальнейших экспериментов, с помощью которых можно было бы попытаться восстановить обсуждавшиеся выше дисперсионные кривые, отвечающие различным ветвям спектра двумерных ротонов.

Выражаю глубокую признательность И.А.Фомину за полезное обсуждение результатов.

Научно-исследовательский институт физики
Одесского университета им. И.И.Мечникова

Поступила в редакцию
1 апреля 1981 г.

Литература

[1] W.Thomlinson, J.A.Tarvin, L.Passell. Phys. Rev. Lett., **44**, 266, 1980.

[2] И.Е.Дзялошинский, Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский. УФН, **73**, 381, 1961.

[3] В.Н.Бондарев. Письма в ЖЭТФ, **18**, 693, 1973.

[4] J.Mahanty, B.W.Ninham. J. Chem. Phys., **59**, 6157, 1973.

[5] И.М.Халатников. Теория сверхтекучести. М., изд. Наука, 1971.

[6] O.W.Dietrich, E.H.Graf, C.H.Huang, L.Passell. Phys. Rev., **A5**, 1377, 1972.

[7] Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский. ЖЭТФ, **33**, 535, 1957.

[8] I.Iguchi. Phys. Rev., **A6**, 1067, 1972.

[9] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика. М., изд. Наука, 1974.