Письма в ЖЭТФ, том 33, вып.12, стр. 661 – 664 *20 июня 1981 г.*

БАРИОН КАК СОЛИТОН В ПРОСТРАНСТВЕ ПЕТЕЛЬ

В.А.Казаков, А.А.Мигдал

Масса бариона в КХД при больших N выражена в терминах коллективного поля в петлевом пространстве, удовлетворяющего нелинейному функционально-интегральному уравнению. Это коллективное петлевое поле представляет собой релятивистское обобщение самосогласованного поля Виттена. Наш подход подтверждает идею Виттена о барионе как солитоне в $1/N$ разложении.

В недавней работе Виттена [1] качественно обсуждались свойства барионов в КХД при больших N. Было отмечено, что плотность кварков в барионе возрастает пропорционально N при соответствующем определении константы связи: $g_0^2 = \lambda_0/N$. В нерелятивистской системе это приводит к теории самосогласованного поля. Масса бариона в этой картине равна N раз средней энергии кварка в самосогласованном поле

$$m_B = N < \epsilon > . \tag{1}$$

Это напоминает солитоны в обычных теориях поля, где масса тоже пропорциональна обратной константе связи с коэффициентом, непосредственно выражающимся через классическое поле.

Рассмотрение Виттена носит чисто нерелятивистский характер. Целью данной статьи является построение релятивистского подхода к описанию многоцветных барионов. В качестве аналога самосогласованного поля мы введем амплитуду распространения данного кварка в барионе вдоль мировой линии Γ_{xy} (начинающейся в точке x и кончающейся в y). Эта амплитуда как функционал пути Γ_{xy} удовлетворяет определенным классическим нелинейным уравнениям, как будет показано ниже. Имеются указания на то, что эти уравнения могут быть решены в терминах фермионной струны [2].

Обратимся к выводу уравнений. Простейшее локальное поле с барионными квантовыми числами имеет вид

$$B(x) = \frac{1}{\sqrt{N!}} e_{c_1 \ldots c_N} (\bar{\lambda}_{s_1 f_1} q_{c_1}^{s_1 f_1}) \ldots \left(\bar{\lambda}_{s_N f_N} q_{c_N}^{s_N f_N}\right), \tag{2}$$

где q_c^{sf} – кварковое поле с цветовым индексом c, спиновым индексом s, флейворным индексом f, а λ_{sf} – некоторый постоянный спинор в (флейвор × спин)-пространстве. Для получения оператора с определенным значением спина и флейвора мы должны совершить поворот $\lambda^{sf} \to \Omega^s_{s'} \Omega^f_{f'} \lambda^{s'f'}$ и усреднить по всем вращениям с соответствующим весом. Эта процедура будет описана в подробной работе в соавторстве с Костовым.

Двухточечная функция Грина

$$G(x - y) = < \bar{B}(x) B(y) >_{\text{КХД}} \tag{3}$$

после исключения кварковых полей сводится к

$$G(x-y)=\frac{<\det S_{xy}(A)\exp(\mathrm{Tr}\ln(\hat{\nabla}(A)+m))>_A}{<\exp(\mathrm{Tr}\ln(\hat{\nabla}(A)+m)>_A}. \tag{4}$$

Здесь $\hat{\nabla}(A)$ – ковариантный оператор Дирака во внешнем калибровочном поле A_μ,

$$S_{xy}(A)=\bar{\lambda}<x\,|\,(\hat{\nabla}(A)+m)^{-1}\,|\,y>\lambda \tag{5}$$

соответствующая функция Грина. За Tr в экспоненте в (4) обозначен след в функциональном пространстве.

Функция Грина (4) может быть представлена в виде интеграла по путям в фазовом пространстве

$$S_{xy}(A)=\sum_{\Gamma_{xy}} I(\Gamma_{xy})\,U(\Gamma_{xy},A), \tag{6}$$

где

$$\sum_{\Gamma_{xy}}\ldots=\int_0^\infty ds\int_{x(0)=x}^{x(s)=y} Dx(t)\ldots, \tag{7}$$

$$I(\Gamma_{xy})=\bar{\lambda}\int Dp(t)\,\hat{T}\exp\left[\int_0^s dt\,(p_\mu(x_\mu-y_\mu)-m)\right]\lambda, \tag{8}$$

$$U(\Gamma)=P\exp\left(\int_\Gamma A_\mu\,dx_\mu\right). \tag{9}$$

Теперь мы можем ввести инклюзивную амплитуду распространения данного кварка вдоль фиксированной мировой линии

$$b(\Gamma_{xy})=(1/N)\frac{\delta\ln G}{\delta I(\Gamma_{xy})}=(1/N)\frac{<\mathrm{tr}[U(\Gamma_{xy})S_{xy}^{-1}]\det S_{xy}\exp\mathrm{Tr}\ln(\hat{\nabla}+m)>_A}{<\det S_{xy}\exp\mathrm{Tr}\ln(\hat{\nabla}+m)>_A}. \tag{10}$$

Вследствие однородности по $I(\Gamma)$ амплитуда удовлетворяет нормировочному соотношению

$$\sum_{\Gamma_{xy}} I(\Gamma_{xy})\,b(\Gamma_{xy})=1. \tag{11}$$

Для больших N мы можем использовать свойство факторизации калибровочно инвариантных операторов и заменить (10) на

$$b(\Gamma_{xy})\underset{N=\infty}{=}<\frac{\mathrm{tr}}{N}[U(\Gamma_{xy})S_{xy}^{-1}]>_A. \tag{12}$$

Теперь мы применим к (12) петлевой оператор

$$L_\nu(z)=(1/N)g_0^2\,\partial_\mu\,\delta/\delta\sigma_{\mu\nu}(z). \tag{13}$$

Действуя аналогично [3], мы находим

$$L_\nu(z)\, b\,(\Gamma_{xy}) = < \frac{\mathrm{tr}}{N} (\nabla_\mu F_{\mu\nu}(z)\, U(\Gamma_{zy})\, S^{-1}_{xy}\, U(\Gamma_{xz}) > =$$

$$= < \frac{\mathrm{tr}}{N} \left(\frac{\delta}{\delta A_\nu(z)} U(\Gamma_{zy})\, S^{-1}_{xy}\, U(\Gamma_{xz}) \right) >. \tag{14}$$

Вычисляя вариацию по A_ν аналогично [3] и используя свойство факторизации, мы получаем искомое уравнение

$$L_\nu(z)\, b\,(\Gamma_{xy}) = \int_{\Gamma_{xy}} dt_\nu \delta^{(d)}(t-z)\,[m(\Gamma_{zt})\, b\,(\Gamma_{xt}\Gamma_{zy})\,\theta(t, z) +$$

$$+ m(\Gamma_{tz})\, b\,(\Gamma_{xz}\Gamma_{ty})\,\theta(z, t)] - \sum_{\Gamma'_{xy}} l(\Gamma'_{xy}) \int_{\Gamma'_{xy}} dt_\nu \delta^{(d)}(t-z)\, b\,(\Gamma_{xz}\Gamma'_{ty}) \times \tag{15}$$

$$\times\, b\,(\Gamma'_{xt}\Gamma_{zy}).$$

Здесь $\theta(z, t)$ – ступенчатая функция, упорядочивающая точки z и t вдоль контура Γ_{xy},

$$m(C) = (1/N) < \mathrm{tr}\, U(C) > \tag{16}$$

обычное вильсоновское среднее, удовлетворяющее уравнению

$$L_\nu(x)\, m(C) = \int_{C_{xx}} dy_\nu \delta^{(d)}(x-y)\, m(C_{xy})\, m(C_{yx}). \tag{17}$$

При помощи методов, разработанных в [3], можно построить теорию возмущений для величины $b\,(\Gamma_{xy})$.

b-функционал играет роль динамической части амплитуды распространения индивидуального кварка в барионе. Первый и второй члены в (15) возникают, когда мировая линия Γ_{xy} описывает замкнутую петлю Γ_{zt} (или Γ_{tz}). Третий член в (15) описывает обменное взаимодействие данного кварка с остальными в барионе. В отличие от первых двух членов, он выживает и в нерелятивистском пределе.

Что касается соотношения (1) для барионной массы, оно сохраняется и в нашем случае

$$m_B = N \int d\Omega\, p_0, \tag{18}$$

где усреднение осуществляется с весом

$$\int d\Omega \ldots = \bar{\lambda} \int_0^\infty ds \int_{x(0)=(0,T)}^{x(s)=0} Dx(t)\, Dp(t)\, \hat{T} \exp\left(\int_0^s dt\,(p_\mu(\dot{x}_\mu - \gamma_\mu) - m)\right) \lambda\, b\,(\Gamma_{0T}) \ldots. \tag{19}$$

Для получения (18) необходимо использовать ассимптотическое соотношение

$$m_Б = -\lim_{T\to\infty} \frac{\partial \ln G(T)}{\partial T} \tag{20}$$

и цепное правило дифференцирования

$$\frac{\partial \ln G}{\partial T} = \sum_{\Gamma_{0T}} \frac{\delta \ln G}{\delta l(\Gamma_{0T})} \frac{\partial l(\Gamma_{0T})}{\partial T} . \tag{21}$$

Производная $\partial l(\Gamma_{0T})/\partial T$ дает временну́ю компоненту p_0 импульса под знаком интеграла по путям. Фактор перед $\partial l/\partial T$ сводится к $b(\Gamma)$ по определению.

Отметим, что соотношение (18) – чисто классическое, в соответствие с аргументами Виттена [1].

Мы благодарим Хохлачева, Костова и Шифмана за обсуждения.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
11 мая 1981 г.

Литература

[1] E.Witten. Nucl. Phys., B160, 57, 1979.

[2] A.A.Migdal. Phys. Lett., B96, 333, 1980.

[3] Yu.M.Makeenko, A.A.Migdal. Phys. Lett., B88, 135, 1979; Ю.М.Макеенко, А.А.Мигдал. ЯФ, 32, 838, 1980.