

РАСПАДЫ $P \rightarrow l^+l^-$ В НЕЛОКАЛЬНОЙ МОДЕЛИ КВАРКОВ

Г.В.Ефимов, М.А.Иванов, Р.Х.Мурадов,
М.М.Соломонович

В работе вычислены относительные ширины распадов псевдоскалярных мезонов на лептонные пары в нелокальной модели кварков. Полученные результаты согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

Распады сильновзаимодействующих частиц на лептоны являются ценным источником информации об электромагнитной структуре адронов, поскольку лептоны не участвуют в сильных взаимодействиях, и поэтому в процессах с их участием можно выделить вклад от электромагнитного взаимодействия.

Недавние эксперименты в ЦЕРН'е [1] и Серпухове [2], в которых были измерены отношения $B_\gamma(\pi^0 \rightarrow e^+e^-) = \Gamma(\pi^0 \rightarrow e^+e^-)/\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)$ и $B_\gamma(\eta \rightarrow \mu^+\mu^-) = \Gamma(\eta \rightarrow \mu^+\mu^-)/\Gamma(\eta \rightarrow \gamma\gamma)$, побуждают к их теоретическому описанию в различных моделях сильных взаимодействий.

При теоретических описаниях распадов $P \rightarrow l^+l^-$ основную роль играет формфактор распада $P \rightarrow \gamma\gamma$:

$$M(P \rightarrow \gamma\beta) = e^2 g_{P\gamma\gamma} F(k_1^2, k_2^2) \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon^\mu(k_1) k_1^\nu \epsilon^\alpha(k_2) k_2^\beta,$$

$$F(0, 0) = 1.$$

Отметим, что в случае $F = \text{const}$ диаграмма, описывающая распад $P \rightarrow l^+l^-$ логарифмически расходится.

В первых работах [3] и [4] формфактор с самого начала выбирается так, чтобы соответствующий интеграл сходил. При этом результат зависел от произвольного параметра обрезания.

В работах [5] и [6] процесс $P \rightarrow l^+ l^-$ рассматривался на основе модели векторной доминантности (МВД). Однако, и в этом случае не удавалось обойтись без параметра обрезания.

В работе [7] считалось, что распад $P \rightarrow \gamma \gamma$ идет через барионную петлю. Конечный результат зависел от массы промежуточного бариона.

В этих работах удавалось установить нижнюю границу отношения V_{γ} , которая определяется абсорбтивной частью амплитуды (так называемый унитарный предел) не зависящей от модели, а также исследовать влияние реальной части, которая существенно зависит от выбора модели.

В работе [8] распад $P \rightarrow l^+ l^-$ вычислялся в модели доминантности треугольных кварковых аномалий (ДТКА). Вычисление проводилось с формфактором

$$F(k_1^2, k_2^2) = \frac{m_V^2}{m_V^2 - k_1^2} \frac{m_V^2}{m_V^2 - k_2^2},$$

V – векторные мезоны.

Общей чертой этих подходов является наличие гипотез и предположений, привлекаемых специально для описания распада $P \rightarrow l^+ l^-$.

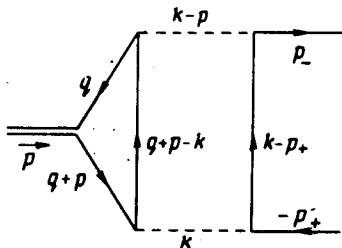
В данной работе распады $P \rightarrow l^+ l^-$ рассматриваются в нелокальной модели кварков (НМК), представляющей собой самосогласованную релятивистскую схему квантового полевого мешка [9]. В этой модели при наличии всего лишь двух параметров, характеризующих кварковое поле, удалось описать широкий круг распадов адронов и, в частности, получить такие тонкие характеристики, как формфакторы распадов $P \rightarrow \gamma l^+ l^-$ [10] и $\omega \rightarrow \pi^0 \mu^+ \mu^-$ [11]. В нелокальной модели кварков все диаграммы Фейнмана являются сходящимися, поэтому представляет интерес расчет распада $P \rightarrow l^+ l^-$.

Диаграмма распада $P \rightarrow l^+ l^-$ изображена на рисунке. Соответственно, инвариантная амплитуда записывается в виде

$$M(P \rightarrow l^+ l^-) = \lim_{\delta \rightarrow 0} 4 \pi \alpha \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \epsilon_{\mu\rho\sigma\nu} p^\rho k^\sigma e^2 g_{P\gamma\gamma} \times$$

$$\times F^\delta(- (p-k)^2, -k^2) \frac{\bar{v}(p_-) \gamma^\mu (m_l + \hat{k} - \hat{p}_+) \gamma^\nu v(p_+)}{k^2 (k-p)^2 [m_l^2 - (k-p_+)^2]}, \quad (1)$$

где δ – параметр регуляризации [9]. Явный вид величины $g_{P\gamma\gamma}$ приведен в [11].



Формфактор F , определяющий амплитуду распада $P \rightarrow \gamma\gamma$, имеет вид

$$F(k_1^2, k_2^2) = \lim_{\delta \rightarrow 0} F^\delta(k_1^2, k_2^2) = 2 \iiint d^3\alpha \delta(1 - \sum_{i=1}^3 \alpha_i) A[\alpha_1 \alpha_2 k_1^2 + \alpha_2 \alpha_3 k_2^2 + \alpha_1 \alpha_3 p^2], \quad (2)$$

где $A(t) = \exp(-t) \cos \xi \sqrt{t}$.

Интеграл (1) вычисляется следующим образом.

1. Переходим к евклидовой метрике $k_0 \rightarrow ik_4$ и снимаем регуляризацию $\delta \rightarrow 0$. Получившийся интеграл, в силу убывания функции $F(k_1^2, k_2^2)$ в евклидовой области, сходится.

2. Для функции $A(t)$ воспользуемся обратным преобразованием Меллина [12]:

$$A(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma - i\infty}^{\sigma + i\infty} ds t^{-s} \tilde{A}(s), \quad \sigma > 0,$$

$$\tilde{A}(s) = \int_0^\infty dt t^{s-1} A(t).$$

3. Используя для выражения $[a_1 \alpha_2 (p-k)^2 + a_2 \alpha_3 k_2^2 + a_1 \alpha_3 p^2]^{-s}$ двойное представление Меллина

$$\frac{1}{(a+x+y)^s} = \frac{1}{2i} \int_{-\gamma_1 + i\infty}^{-\gamma_1 - i\infty} \frac{dz_1}{\sin \pi z_1} \frac{1}{2i} \int_{-\gamma_2 + i\infty}^{-\gamma_2 - i\infty} \frac{dz_2}{\sin \pi z_2} \times$$

$$\times \frac{\Gamma(s+z_1+z_2)}{\Gamma(1+z_1)\Gamma(1+z_2)\Gamma(s)} \frac{x^{z_1} y^{z_2}}{a^{s+z_1+z_2}},$$

$$\gamma_i > 0, \quad \operatorname{Re} s = \sigma > 0, \quad \operatorname{Re}(s+z_1+z_2) = \sigma - \gamma_1 - \gamma_2 > 0$$

выполняем интегрирование по параметрам a .

4. С помощью фейнмановской параметризации выполняем интегрирование по k . Интегрирование по возникшим фейнмановским параметрам проводим, используя представление Меллина

$$\frac{1}{[p^2 u_1 u_2 + m_l^2 u_3^2]^{-z_1 - z_2}} = \frac{1}{(p^2)^{-z_1 - z_2}} \frac{1}{\Gamma(-z_1 - z_2)} \frac{1}{2i} \int_{-\gamma_3 + i\infty}^{-\gamma_3 - i\infty} \times$$

$$\times \frac{dz_3}{\sin \pi z_3} \frac{1}{\Gamma(1+z_3)} \left(\frac{m_l^2 u_3^2}{p^2 u_1 u_2} \right)^{z_3} (u_1 u_2)^{z_1 + z_2}$$

$$0 < \gamma_3 < -\operatorname{Re}(z_1 + z_2).$$

5. В получившемся четырехкратном контурном интеграле сдвигаем контура так, чтобы возникали ряды по параметрам $\mu_p^2 = m_p^2 L^2 / 4$ и m_e^2 / m_p^2 .

С учетом лишь главных членов по этим параметрам, получаем

$$M(P \rightarrow l^+ l^-) = a^2 g_P \gamma \gamma \epsilon_{\mu\rho\nu\sigma} p^\rho \tilde{v}(p_-) \gamma^\mu \gamma_\alpha \gamma^\nu v(p_+) \times$$

$$\times \left[\frac{1}{4} g_{\sigma\alpha} I - \frac{p_+^\sigma p_+^\alpha}{p^2} N \right],$$

где

$$I = \left(\ln \mu_p^2 - \frac{7}{2} - \tilde{B}^*(0) \right) - i\pi,$$

$$N = \left(2 \ln^2 \frac{m_l}{m_p} + 6 \ln \frac{m_l}{m_p} + 3 \right) - i\pi \left(2 \ln \frac{m_l}{m_p} + 3 \right);$$

$$\tilde{B}^*(s) = s(s+1) \tilde{A}^*(s),$$

$$\tilde{B}^*(0) = 1 + 4 \int_0^\infty du \exp(-u^2) \left[u \cos \xi u + \frac{1}{2} \xi \sin \xi u \right] \ln u = -0,416.$$

Вычисляя стандартным образом ширину распада, окончательно имеем

$$B_\gamma(P \rightarrow l^+ l^-) = \Gamma(P \rightarrow l^+ l^-) / \Gamma(P \rightarrow \gamma\gamma) =$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha m_l}{\pi m_p} \right)^2 \{ 9 |I|^2 + \beta^4 |N|^2 +$$

$$+ 6 \beta^2 (\operatorname{Re} I \operatorname{Re} N - \operatorname{Im} I \operatorname{Im} N) \} \times \beta,$$

$$\beta = \sqrt{1 - 4m_l^2 / m_p^2}.$$

Численные значения $B_\gamma (P \rightarrow l^+l^-)$ приведены в таблице. Видно, что результаты находятся в разумном согласии с экспериментом. Для сравнения приведены результаты работ [3 - 6, 8].

$\frac{\Gamma(P \rightarrow l^+l^-)}{\Gamma(P \rightarrow \gamma\gamma)}$	Эксперимент	Унитарный предел [3 - 6]	ДТКА [8]	НМК
$\pi^0 \rightarrow e^+e^-$	$22_{-11}^{+27} \cdot 10^{-8}$ [1]	$4,58 \cdot 10^{-8}$	$5,9 \cdot 10^{-8}$	$5,38 \cdot 10^{-8}$
$\eta \rightarrow \mu^+\mu^-$	$(1,7 \pm 0,5) \cdot 10^{-5}$ [2]	$1,20 \cdot 10^{-5}$	$1,24 \cdot 10^{-5}$	$2,38 \cdot 10^{-5}$
$\eta \rightarrow e^+e^-$	—	$4,32 \cdot 10^{-9}$	$13,2 \cdot 10^{-9}$	$9,97 \cdot 10^{-9}$
$\eta' \rightarrow \mu^+\mu^-$	—	$4,06 \cdot 10^{-6}$	$6,1 \cdot 10^{-6}$	$8,1 \cdot 10^{-6}$
$\eta' \rightarrow e^+e^-$	—	$1,06 \cdot 10^{-9}$	$8,1 \cdot 10^{-9}$	$4,9 \cdot 10^{-9}$

Объединенный
институт ядерных исследований

Поступила в редакцию
25 июня 1981 г.

Литература

- [1] Fisher J. et. al. Phys. Lett., 1978, 73B, 364.
- [2] Dshelyadin et al. Phys. Lett., 1980, 97B, 471.
- [3] Drell S.D. Nuovo Cim., 1959, 11, 693.
- [4] Berman S.M., Geffen D.A. Nuovo Cim., 1960, 18, 1192.
- [5] Young B.L. Phys. Rev., 1967, 161, 1620.
- [6] Quigg C., Jackson J.D. UCRL Report N18487, 1968.
- [7] Pratap M., Smith J. Phys. Rev., 1972, D5, 2020.
- [8] Иванов А.И., Шехтер В.М. ЯФ, 1980, 32, 796.
- [9] Dubnickova A.Z., Efimov G.V., Ivanov M.A. Fort der Phys., 1979, 27, 377.
- [10] Ефимов Г.В., Иванов М.А. Письма в ЖЭТФ, 1980, 32, 60.
- [11] Динейхан М., Ефимов Г.В., Иванов М.А. Письма в ЖЭТФ, 1981, 33, 66.
- [12] Титчмарш Е. Теория функций. Гостехиздат, Москва, 1951.