*Письма в ЖЭТФ, том 34, вып.5, стр. 241 – 245* *5 сентября 1981 г.*

# ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МЕХАНИЗМЫ РЕГИСТРАЦИИ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН

*В.И.Пустовойт, Л.А.Чернозатонский*

Показано, что взаимодействие сильной электромагнитной и гравитационной волн приводит к эффективной генерации электромагнитных волн комбинационных частот, а самовоздействие монохроматического электромагнитного излучения через гравитационное поле приводит к генерации третьей гармоники.

1. Хорошо известно, что вакуум, в котором имеется статическое гравитационное поле эквивалентен некоторой среде с показателем преломления, определяемым величиной гравитационного поля [1]. Если же в вакууме распространяется гравитационная волна, то электродинамические свойства также меняются; они становятся периодическими по пространственным и временным переменным [1]. Таким образом, распространение электромагнитной волны в вакууме, в котором имеется гравитационная волна, сводится к параметрической задаче. Принципиально важным при этом оказывается то обстоятельство, что скорости распространения электромагнитной и гравитационной волн совпадают между собой [1 – 4] и поэтому оказывается возможным резонансное коллинеарное взаимодействие при точном выполнении условий синхронизма, так что несмотря на малость взаимодействия, возникают волны, амплитуда которых линейно нарастает с расстоянием и для больших расстояний эффект может быть достаточно заметным.

Таким образом, при распространении электромагнитной волны в вакууме, в котором в том же направлении распространяется гравитационная волна, возникают новые электромагнитные волны комбинационных частот с нарастающей в пространстве амплитудой; регистрация излучения на этих комбинационных частотах может служить одним из возможных методов обнаружения гравитационных волн.

---

[1] Распространение слабых электромагнитных и гравитационных волн на фоне сильного электромагнитного поля рассмотрено в работах [2, 3].

Получим выражение для амплитуд электромагнитных волн комбинационных частот, "дифрагирующих" на гравитационной волне.

Считая гравитационное поле $h_{ik}$ слабым и метрический тензор $g_{ik} = g_{ik}^{(o)} + h_{ik}$, где $g_{ik}^{(o)}$ – галилеевы значения ($g_{\alpha o}^{(o)} = 0$, $g_{oo}^{(o)} = 1$, $g_{\alpha\beta}^{(o)} = -\delta_{\alpha\beta}$), уравнения Максвелла с учетом гравитации запишем [1]:

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{H} - \frac{1}{c\sqrt{\gamma}}\frac{\partial}{\partial t}(\sqrt{\gamma}\,\mathbf{D}) = 0,\ \mathbf{D} = \mathbf{E}/\sqrt{g_{oo}},$$
$$\mathrm{rot}\,\mathbf{E} + \frac{1}{c\sqrt{\gamma}}\frac{\partial}{\partial t}(\sqrt{\gamma}\mathbf{B}) = 0,\ \mathbf{B} = \mathbf{H}/\sqrt{g_{oo}} \tag{1}$$

где **E** и **H** – напряженности электрического и магнитного полей. Гравитационное поле входит в уравнения (1) только через детерминант пространственной части метрического тензора $\gamma_{\alpha\beta} = -g_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} - h_{\alpha\beta}$, т.е. $\gamma = \mathrm{Det}\,|\gamma_{\alpha\beta}|$. В силу поляризационных свойств гравитационного поля, распространяющегося в направлении $x^1$, отличные от нуля компаненты $h_{\alpha\beta}$ будут только $h_{23}$ и $h_{33} = -h_{22}$ (см. § 102 [1]), а сам детерминант $\gamma$ оказывается равным $1 - h_{22}^2 - h_{23}^2$, т.е. квадратичным по величине гравитационного поля. Именно по этой же причине рассматриваемый ниже эффект оказывается квадратичным по величинам $h_{\alpha\beta}$. Более того, легко показать, что учет в тензоре $g_{ik}$ слагаемых, пропорциональных квадрату амплитуды гравитационной волны $h^{\circ}_{\alpha\beta}$, приводит к появлению в детерминанте $\gamma$ слагаемых, пропорциональных $h^{\circ 3}_{\alpha\beta}$ и $h^{\circ 4}_{\alpha\beta}$, которые малы. Считая гравитационную волну заданной

$$h_{\alpha\beta} = h^{\circ}_{\alpha\beta}\, e^{i\omega_g\left(t - \frac{x^1}{c}\right)} + \text{к.с.}, \tag{2}$$

где $\omega_g = k_g c$ – ее частота, и записывая электромагнитное поле в виде

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_o + \mathbf{E}',\ \mathbf{E}_o = \vec{\epsilon}_o\, e^{i\omega_o\left(t - \frac{x^1}{c}\right)} + \text{к.с.};\ \mathbf{E}' = \vec{\epsilon}\,'(x^1)\, e^{i\omega'\left(t - \frac{x^1}{c}\right)} + \text{к.с.}, \tag{3}$$

где $\vec{\epsilon}_o$, $\vec{\mathcal{H}}_o$ – амплитуды заданной сильной электромагнитной волны, а $\vec{\epsilon}\,'$, $\vec{\mathcal{H}}'$ – слабой "дифрагированной", из (1) получим уравнение для поля $E'$ с заданной поляризацией в правой части:

$$\left(\mathrm{rot\,rot} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\mathbf{E}' = -\frac{1}{2c^2}\frac{\partial}{\partial t}\left(\mathbf{E}_o\frac{\partial}{\partial t}\gamma\right) - \frac{1}{2c}\left[\mathbf{H}_o,\ \mathrm{grad}\,\frac{\partial\gamma}{\partial t}\right]. \tag{4}$$

Из уравнения (4) видно, что при выполнении условий синхронизма: $\omega_o \pm 2\omega_g = \omega'$ (при коллинеарном взаимодействии закон сохранения для волновых векторов автоматически выполняется, так как скорости электромагнитной и гравитационной волн совпадают [4]), существует решение, нарастающее в пространстве вдоль направления распространения волн $x^1$. Простые вычисления (как и в нелинейной оптике [5]) амплитуды генерированной электромагнитной волны при граничном условии. $\epsilon'(x^1 = 0) = 0$ дадут

$$\epsilon_{\pm} \equiv \epsilon'(x^1 = L) = \frac{i(h^{\circ 2}_{22} + h^{\circ 2}_{23})\omega_g L}{2c} \; \frac{\omega_o}{\omega_o \pm 2\omega_g}\, \epsilon_o\,, \quad (\epsilon_o\,,\, h^{\circ}_{\alpha\beta} = \mathrm{const}). \tag{5}$$

Здесь $L$ – расстояние, которое прошла сильная электромагнитная волна вместе с гравитационной; поляризации дифрагированных волн $\mathbf{E}'$ и исходной волны $\mathbf{E}_o$ совпадают. Замечая, что для плоской гравитационной волны поток энергии вдоль оси $x^1$ будет $\mathcal{P} = c^3\omega^3_g(h^{\circ 2}_{22} + h^{\circ 2}_{23})/4\pi\kappa$, где $\kappa$ – гравитационная постоянная, из (5) находим относительную величину амплитуды электромагнитной волны на комбинационной частоте:

$$\left|\frac{\epsilon_{\pm}}{\epsilon_o}\right| = \frac{2\pi\kappa\mathcal{P}L}{c^4\omega_g} \; \frac{\omega_o}{\omega_o \pm 2\omega_g}\,. \tag{6}$$

Таким образом обнаружения гравитационных волн сводится к наблюдению сателлитов у когерентного источника электромагнитного излучения, интенсивность которых линейно растет с расстоянием от источника. Так, например, для потока гравитационных волн интенсивностью $\mathcal{P} \sim 10^{18}$ эрг·см$^{-1}$сек$^{-1}$ на частоте $\omega_g \sim 2\pi\cdot 100$ Гц от источника расположенного на $L \sim 5\cdot 10^{22}$ см (в крабовидной туманности), амплитуда комбинационного пика (6) составит $10^{-9}$ от амплитуды светового источника $\epsilon_o$ $(\omega_o >> \omega_g)$. Ясно, что эффект возможен, если на всем пути взаимодействия не происходит отхода от условий синхронизма, например, из-за отличия показателя преломления среды $n(\omega)$ от единицы и его частотной дисперсии, т. е. при

$$\frac{2\omega_g L}{c}\left[1 - n(\omega_o) + \omega_o \frac{\partial n}{\partial \omega}\bigg|_{\omega_o}\right] << 1 \qquad (\omega_o >> \omega_g). \tag{7}$$

Полагая $n(\omega) = 1 - 2\pi e^2 N/M\omega_o^2$ (как для плазмы), где $N$ – число частиц в единице объема с зарядом $e$ и массой $M$, получим, что критерий (7) при $L = 5\cdot 10^{22}$ см и $\omega_g = 2\pi\cdot 100$ Гц в видимом диапазоне длин волн будет выполнен для $N << 10^9$ см$^{-3}$ – для протонов и $N << 10^5$ см$^{-3}$ для электронов.

2. Отметим еще один весьма интересный эффект параметрического самовоздействия электромагнитной волны в вакууме через вынужденные волны. В результате такого самовоздействия у сильного монохроматического электромагнитного сигнала в вакууме появляются гармоники, которые могут быть обнаружены на опыте.

Действительно, из уравнения теории относительности для слабого гравитационного поля [1]

$$\Box h_{ik} = \frac{16\pi\kappa}{c^4}\left(T_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik}T\right), \tag{8}$$

где $T_{ik}$ – тензор энергии импульса электромагнитного поля. Рассуждая как и выше (см. п.1) для вынужденной непоперечной гравитационной волны порождаемой сильной электромагнитной волной частоты $\omega_o$, распространяющейся вдоль $x^1$, получим

$$h_{ik} = (i4\pi\kappa W_o/c^3\omega_o)\left(e^{i2\omega_o\left(t - \frac{x^1}{c}\right)} + \text{к.с.}\right), \quad (i, k = 0,1). \tag{9}$$

В (8) – (9) использованы компоненты $T_{oo} = T_{o1} = T_{10} = T_{11} = W(T = T_i^i = T_{ik}(i, k \neq 0) = 0)$, $W = E_o^2/4\pi$, $W_o = \epsilon_o^2/4\pi$ (см. [1]). Из (9) видно, что амплитуда гравитационной волны растет линейно с увеличением длины взаимодействия. Подставляя (9) в уравнение Максвелла (1) и замечая, что в данном случае $\gamma = 1 - h_{11}$, для резонансной электромагнитной волны на третьей гармонике $\epsilon_{3\omega_o}$ получим

$$\left|\frac{\epsilon_{3\omega_o}}{\epsilon_o}\right| = \frac{\pi\kappa W_o L^2}{3c^4}, \tag{10}$$

где $L$ – путь, проходимый сильной электромагнитной волной от ее источника. Амплитуда третьей гармоники не зависит от частоты, а определяется только плотностью энергии и длиной самовоздействия. Отметим, что структура выражений (10) и (6) одинаковы: в (10) вместо плотности энергии гравитационной волны входит плотность электромагнитной, а лишняя степень расстояния связана с "двойным" разонансом – прирождаемые непоперечные гравитационные волны находятся в синхронизме с исходной электромагнитной волной, в свою очередь гравитационная волна и сильная электромагнитная волна синхронно порождают электромагнитную волну с утроенной частотой.

Оценки по формуле (10) показывают, что если приемная аппаратура, расположенная на Луне ($L \cong 3{,}8\cdot 10^{10}$ см) способна регистрировать несколько квантов в секунду на площадке 1 см$^2$, то в идущем от Земли импульсе электромагнитного излучения необходимо иметь электрическое поле порядка $10^7$ В/см.

Явление генерации третьей гармоники монохроматического электромагнитного сигнала в вакууме по-существу представляет собой еще один новый эффект общей теории относительности.

ВНИИФТРИ

Поступила в редакцию
7 июля 1981 г.

Литература

[1] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. М.: Наука, 1967.

[2] *Сибгатуллин Н.Р.* ЖЭТФ, 1974, 66, 1187.

[3] *Динариев О.Ю., Сибгатуллин Н.Р.* ЖЭТФ, 1977, 72, 1231.
[4] *Компанеец А.С.* ЖЭТФ, 1959, 37, 1722.
[5] *Бломберген Н.* Нелинейная оптика. М.: Мир, 1966.