Письма в ЖЭТФ, том 34, вып.5, стр. 317 – 321 5 сентября 1981 г.

ТЕПЛОВЫЕ ФЛУКТУАЦИИ ПИОННОГО ПОЛЯ ВБЛИЗИ π-КОНДЕНСАТНОЙ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ

Д.Н.Воскресенский, И.Н.Мишустин

Демонстрируется важная роль тепловых флуктуаций пионного поля вблизи критической точки пионной конденсации. Они кардинально меняют как характер фазового перехода так и термодинамические свойства системы.

Пионная конденсация – одно из наиболее интересных явлений, которое предсказывается в ядерном веществе при достаточно большой плотности [1], по-видимому, бо́льшей плотности нормальных ядер $n_0 = 0{,}5$ (здесь и ниже мы используем пионные единицы $\hbar = c = m_\pi = 1$). Единственный способ получения сжатого ядерного вещества в лабораторных условиях – это столкновения тяжелых ионов высоких энергий $\sim$1 ГэВ/нуклон. Механизмы таких реакций пока изучены плохо. Существующие экспериментальные данные [2] не дают прямой информации о степени сжатия, но определенно указывают на сильный разогрев образующегося адронного вещества до температур $T = 50 \div 100$ МэВ в зависимости от энергии столкновения. Может ли π-конденсатный фазовый переход как-либо проявить себя в таких экстремальных условиях? Решение этого вопроса имеет важное значение для постановки и анализа экспериментов с тяжелыми пионами. Свойства пионной конденсации при конечных температурах представляют большой интерес также для изучения связанных с фазовым переходов динамических эффектов в нейтронных звездах [3].

К настоящему времени имеется несколько работ (см., например, [4 – – 8]), в которых критическая плотность и выигрыш энергии для π-конденсатного фазового перехода при $T \neq 0$ рассчитывались в приближении среднего поля. Цель данной статьи – показать, что при конечных температурах возникают сильные флуктуации пионного поля, которые делают неприменимым классическое рассмотрение.

В нашем подходе основную роль играет запаздывающая функция Грина пиона в термодинамически равновесной системе $D_R(\omega, k\,;\, n, T) = \omega^2 - 1 - k^2 - \Pi(\omega, k;\, n, T)$, где Π – поляризационный оператор, зависящий от 4-импульса пиона (ω, k), а также плотности n и температуры T адронного вещества (аргументы n и T, мы, как правило, будем опускать). В соответствии с [1] при $\omega < kv_F$ и $k \sim k_0$ (k_0 – волновое число конденсатного поля, v_F – скорость Ферми) $D_R(\omega, k)$ может быть представлена в виде

$$D_R^{-1}(\omega, k) = (1 - a)\,\omega^2 + i\beta\omega - \omega^2(k)\,, \tag{1}$$

$$\omega^2(k) = \omega_0^2 + \frac{\gamma}{4k_0^2}\,(k^2 - k_0^2)^2. \tag{2}$$

Параметры a, β, γ и k_o зависят от n и T и выражаются через поляризационный оператор пиона в среде [1]. Для нас важно только, что они порядка единицы в пионных единицах и, кроме того, вблизи критической точки

$$\omega_o^2 = \kappa\,(n_c(T) - n), \quad \kappa \sim 1, \tag{3}$$

где $n_c(T)$ – критическая плотность для начала пионной конденсации как функция температуры, рассчитанная без учета флуктуаций.

Хорошо известно, что при наличии мягкой моды, при подходе к критической точке ($\omega_o^2 \to 0$) начинается рост флуктуаций параметра порядка. В нашем случае таковым является изовекторное пионное поле $\vec{\phi}(\mathbf{r}, \tau)$ ($\phi_{\pi\pm} = \dfrac{\phi_1 \pm i\phi_2}{\sqrt{2}}$, $\phi_{\pi o} = \phi_3$). Среднее по Гиббсу от произведения двух пионных полей в разных точках (корреляционная функция)

$$N_{ik}(r) = \langle \phi_i(\mathbf{r}_1, \tau_1)\,\phi_k(\mathbf{r}_2, \tau_2) \rangle \big|_{\tau_1 = \tau_2 - 0}$$

выражается через мацубаровскую функцию Грина пиона, которая простыми соотношениями связана с $D_R(\omega, k)$ [9]. В изотопически-симметричной однородной системе условия одинаковы для всех компонент пионного поля, поэтому $N_{ik} = N\delta_{ik}$ и зависит только от $r = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$. Используя стандартные приемы можно получить следующее выражение для корреляционной функции:

$$N(r) = -\int \frac{d^3k}{(2\pi)^3}\, e^{i\mathbf{kr}} \int_{0+}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi}\, \mathrm{cth}\,\frac{\omega}{2T}\; 2\,\mathrm{Im}\,D_R(\omega, k)\,. \tag{4}$$

Выражение (4) содержит вклад как тепловых, так и квантовых флуктуаций, которые не исчезают при $T = 0$. В дальнейшем квантовые флуктуации мы не рассматриваем (см. [10]), что эквивалентно замене $\frac{1}{2}\,\mathrm{cth}\,\frac{\omega}{2T}$ на $n(\omega)$, где $n(\omega) = \left[\exp\left(\frac{\omega}{T}\right) - 1\right]^{-1}$ – бозевская функция распределения.

Используя параметризацию (1), и оставляя лишь главные члены при $\omega_o^2 \to 0$, для корреляционной функции тепловых флуктуаций находим окончательно

$$N(r) = 4\int \frac{d^3k}{(2\pi)^3}\, e^{i\mathbf{kr}} \int_{0+}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi}\, \frac{n(\omega)\,\beta\omega}{[\omega^4(k) + \beta^2\omega^2]}\,. \tag{5}$$

Интеграл по частотам в (5) определяется одним параметром $\xi = \dfrac{\beta T}{\omega^2(k)}$ и может быть легко вычислен в двух предельных случаях: $\xi \ll 1$ и $\xi \gg 1$.

Интегрирование по импульсам в (5) выполняется просто, если учесть, что интеграл сосредоточен в области $\Delta k \sim \omega_o$ вблизи $k = k_o$. В результате получаем

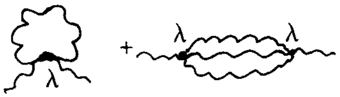
$$N(r) = N(0)\,\frac{\sin k_o r}{k_o r}\,\exp\left[-\frac{r}{r_c}\right], \tag{6}$$

где

$$N(0) = \begin{cases} \dfrac{k_o^2}{2\pi\sqrt{\gamma}}\,\dfrac{T}{\omega_o}, & T \gg \omega_o^2 & (7а) \\[2ex] \dfrac{k_o^2\beta}{12\sqrt{\gamma}}\,\dfrac{T^2}{\omega_o^3}, & T \ll \omega_o^2 & (7б) \end{cases}.$$

Эта функция характеризуется двумя длинами: быстро осциллирует на расстояниях $\sim 1/K_o$ и плавно убывает на длине $r_c = \sqrt{\gamma}/\omega_o^2$, которая имеет смысл корреляционного радиуса. При подходе к критической точке ($\omega_o^2 \to 0$) $r_c \to \infty$ и, как обычно при фазовых переходах второго рода, в системе возникает дальнодействие.

Выясним теперь, когда при приближении к критической точке флуктуации становятся существенными в пионном поляризацонном операторе. Рассмотрим графики вида

$\Delta\Pi =$ 

. (8)

Здесь точкой изображена амплитуда локального взаимодействия пионных квазичастиц $H' = (\lambda/4)\phi^4$. Вообще говоря, λ является сложной функцией кинематических переменных и параметров среды [1]. Для грубых оценок мы будем считать λ константой. Тогда графики (8) легко рассчитываются. В частности, первый из них равен $4\lambda N(0)$.

Вклад второго из графиков (8) при низких температурах содержит дополнительные степени T, а при высоких – мал по сравнению с первым графиком, если мал параметр $\lambda T/\omega_o^2$ (см. ниже). Поэтому для качественных оценок мы ограничимся рассмотрением первого из графиков (8). Так как $\Delta\Pi$ не зависит от ω и k, то его нужно сравнивать с величиной "щели" в спектре пионов ω_o^2. Тогда из выражений (8а, б) следует, что при фиксированном $\omega_o^2 < 1$ вклад флуктуаций мал ($\Delta\Pi \ll \omega_o^2$) лишь при достаточно низких температурах $T \ll T_f$, где

$$T_f = \begin{cases} \left(\dfrac{3\sqrt{\gamma}}{k_o^2\,\beta\lambda}\,\omega_o^5\right)^{1/2}, & T_f \ll \omega_o^2 & (9а) \\[2ex] \dfrac{\pi\sqrt{\gamma}}{2k_o^2\lambda}\,\omega_o^3, & T_f \gg \omega_o^2 & (9б) \end{cases}.$$

При $\lambda \gtrsim 1$ работает лишь верхняя часть этой формулы, а для достаточно малых λ возникает область применимости (9б). Выражения (8), (9), полученные в предположении $\omega_o^2 > 0$, остаются справедливыми и ниже критической точки ($\omega_o^2 < 0$), когда нужно произвести замену $\omega_o^2 \to \to c\,|\omega_o^2|$, где $1 < c \lesssim 2$ зависит от пространственной структуры конденсатного поля [1].

Классический расчет без учета флуктуаций приводит к $T_c \sim \sqrt{|\omega_o^2|}$ [5] и, как легко видеть из формул (9), $T_c >> T_f$ при $|\omega_o^2| < 1$ и не слишком малых λ. Таким образом, еще задолго до подхода к критической точке становятся очень существенными тепловые флуктуации пионного поля, которые кардинально изменяют всю картину фазового перехода и термодинамику системы. В этом отношении пионная конденсация сильно отличается от других фазовых переходов, возникающих при $k = 0$, где флуктуации велики лишь в узкой области вблизи критической точки.

Для иллюстрации важности учета флуктуаций в термодинамических характеристиках системы приведем оценку их вклада в теплоемкость ΔC при низких температурах. Используя выражение для свободной энергии через функцию Грина возбуждений [11] и производя вычисления, аналогично тому как это делалось для N, получаем при $T << \omega_o^2$.

$$\Delta C = \frac{\beta k_o^2}{2\sqrt{\gamma}}\;\frac{T}{\omega_o} - \frac{3\pi^2\beta^3 k_o^2}{20\sqrt{\gamma}}\;\frac{T^3}{\omega_o^5} + \ldots\ .$$

Отсюда следует, что теплоемкость, а следовательно, и энтропия системы резко возрастает при уменьшении ω_o^2. При столкновениях тяжелых ионов это должно проявиться в замедлении или даже прекращении роста температуры с энергией столкновения в определенном интервале энергий.

Из приведенного анализа можно сделать вывод о том, что именно критические флуктуации пионного поля являются тем признаком, по которому следует искать π-конденсатный фазовый переход в тяжелоионных столкновениях.

В заключение авторы благодарят Г.Г.Бунатяна и А.М.Дюгаева за полезные обсуждения и ценные замечания.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
5 августа 1981 г.

Литература

[1] *Мигдал А.Б.* Фермионы и бозоны в сильных полях. М.: Наука, 1978.

[2] *Nagamiya S., Anderson L., Bruckner W., Chamberlain O.* et al. Phys. Lett., 1979, **81B**, 147.

[3] *Migdal A.B., Chemoutsan A.I., Mishustin I.N.* Phys. Lett., 1979, **B83**, 158.

[4] *Ruck V., Gylilassi M., Greiner W.* Z. Phys., 1977, **A277**, 391.

[5] *Воскресенский Д.Н., Мишустин И.Н.* Письма в ЖЭТФ, 1978, **28**, 486.

[6] *Бунатян Г.Г.* ЯФ, 1979, **30**, 258.

[7] *Hecking P.* Lett. al Nuovo Cim., 1979, **24**, 420.

[8] *Baym G.* Preprint NSF-ITP-80-27, 1980.

[9] *Абрикосов А.А., Горьков Л.П., Дзялошинский И.Е.* Методы квантовой теории поля в статистической физике. М.. 1962.

[10] *Дюгаев А.М.* Письма в ЖЭТФ, 1975, **22**, 181.

[11] *Luttinger J.M., Ward J.C.* Phys. Rev., 1960, **118**, 1417.