

## СТЕЛЛАРАТОР С ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОСЬЮ И ВИНТОВЫМИ ОБМОТКАМИ

*М.И. Михайлов, В.Д. Пустовитов*

Рассмотрены равновесие и устойчивость плазмы в стеллараторе с винтовой геометрической осью и внешними винтовыми полями.

В последнее время значительно возрос интерес к стеллараторам как стационарным системам для удержания плазмы с достаточно высокими значениями  $\beta = 2\bar{r}/B^2$ . Приблизительные оценки максимальной величины  $\beta$  для обычного стелларатора с круговой геометрической осью ( $\beta_{max} \sim 5 - 10\%$ ) еще не позволяют с полной уверенностью сделать вывод о возможности создания реактора на основе стелларатора. Между тем, из анализа обычного стелларатора следует, что величина  $\beta_{max}$  могла бы быть увеличена, если бы оказалось возможным увеличить вращательное преобразование на единицу длины системы,

не уменьшая при этом глубину магнитной ямы. Закручивание геометрической оси обычного стелларатора (в разумных пределах) как раз и предоставляет эту возможность. Таким образом, с точки зрения оптимизации по  $\beta$  стеллараторов представляется естественным рассмотреть комбинированный стелларатор — стелларатор с пространственной осью и винтовыми обмотками.

Обычный стелларатор с оптимальными параметрами, пока определяемыми лишь приблизительно, является принципиально трехмерной системой, с чем и связана трудность его описания. Разработанные в недавних работах [1, 2] различные методы, основанные на разложении по малым параметрам, хотя и позволяют аналитически исследовать равновесие и устойчивость, но использование в [1, 2] разложения по  $\Delta/a$  ( $a$  — средний радиус магнитной поверхности;  $\Delta$  — смещение ее центра относительно геометрической оси) существенно ограничивает область применимости полученных результатов. Условие  $|\Delta|/a \ll 1$  является искусственным в методе обращения переменных [1], и при использовании корректного перехода к плазменной потоковой системе координат с выпрямленными силовыми линиями ( $a, \theta, \zeta$ ) от опорной квазицилиндрической ( $r, \psi, \zeta$ ) метод может быть использован для описания всего плазменного шнура даже в комбинированном стеллараторе.

Для комбинированного стелларатора с винтовой геометрической осью, кривизна  $k$  и кручение  $\kappa$  которой постоянны, переход  $(r, \psi, \zeta) \rightarrow (a, \theta, \zeta)$  может быть записан в простом виде

$$r = \rho + \delta(\rho, a, \zeta), \quad \psi = a + \lambda(\rho, a, \zeta) \quad (1)$$

где

$$\rho \cos \alpha = a \cos \theta_1 + \Delta(a), \quad \rho \sin \alpha = a \sin \theta_1,$$

$$\theta_1 = \theta + \eta(a) \sin \theta. \quad (2)$$

Преобразование (1) описывает переход к вакуумной потоковой системе координат  $(\rho, a, \zeta)$ , связанной с плазменной потоковой двумерными (!) соотношениями (2). Считая, как и в [1] малыми  $\delta/\rho, \lambda, |\Delta^*|, \eta$ , из уравнений равновесия и магнитостатики, имеющих простой вид в потоковой системе координат [3], определяем  $\delta$  и  $\lambda$ , а затем по традиционной схеме [3] решаем оставшиеся двумерные уравнения.

Получающееся уравнение для смещения  $\Delta$  центра магнитной поверхности относительно геометрической оси является линейным для стеллараторов с малым широм, когда  $\mu_{st}$  можно представить в виде  $\mu_{st} = \mu_0 + \mu_1 a^2$ . Оно имеет вид

$$[(\mu_{st} \Delta)' a^3]' + \frac{1}{\mu_j} [\mu_j^2 a^3 \Delta^*]' = - \frac{2 p' a^2 k R^2}{\mu B_0^2} + \frac{p' a^2 R V_0''(\phi)}{\mu} \Delta, \quad (3)$$

где  $\mu_j$  и  $\mu_{st}$  — токовое и стеллараторное вращательное преобразование,  $\mu = \mu_{st} + \mu_j$  — полное;  $V_0''(\phi)$  — вакуумная часть производной  $d^2 V/d\phi^2$ ,  $V$  — объем, а  $\phi$  — продольный поток внутри магнитной поверхности  $a = \text{const}$ ;  $2\pi R$  — полная длина геометрической оси. Для стеллараторов же с большим широм уравнение для смещения является не-

линейным и переходит в (3) лишь при  $a > |\Delta|$ . Заметим, что при выводе уравнения для смещения не использовалось сильно ограничивающее область применимости условие  $|\Delta|/a \ll 1$  работ [1, 2]. Уравнение (3) описывает широкий класс конфигураций, поскольку были учтены три независимые возможности создания вращательного преобразования — продольный ток, внешние винтовые поля и кручение оси. Левая часть (3) является суммой трех слагаемых, соответствующих этим возможностям, два слагаемых для удобства объединены в одно с  $\mu_{st} = \mu_\epsilon + \mu_\kappa$ , где  $\mu_\epsilon$  — порождаемое внешними винтовыми полями вращательное преобразование, а  $\mu_\kappa = -\kappa R$  — связанное с кручением оси. Член с  $V_0''(\phi)$  в (3), характеризующий специфику поддержания равновесия в стеллараторах с внешними винтовыми полями [4, 1], для стеллараторов с малым магнитным бугром или магнитной ямой можно не учитывать. Именно этот случай представляет особый интерес.

Используемый подход к описанию равновесных конфигураций является исключительно удобным для исследования устойчивости локальных мод возмущений. Метод Коннора — Хастингса — Тейлора [5] с учетом его интерпретации Захаровым [6], модельный подход Погуце и Юрченко [7] и знание метрики потоковой системы координат позволяют получить критерий устойчивости баллонных мод в стеллараторах:

$$\frac{1}{2} s^2 + \frac{p' R a}{\mu^2 B_0^2} \left[ B_0^2 V_0''(\phi) + \kappa R \Delta \frac{(\mu_{st}' a^3)'}{\mu a^3} \right] - \frac{s}{2} \left( \kappa R^2 \frac{2p'}{\mu^2 B_0^2} \right)^2 > 0, \quad (4)$$

где  $s = -a\mu'/\mu$  — шир магнитного поля. Последний член в (4), который для токамаков является дестабилизирующим ( $s > 0$ ), для стеллараторов является стабилизирующим ( $s < 0$ ). Поэтому при анализе устойчивости локальных мод в стеллараторах следует пользоваться более жестким критерием Мерсье [8]. Он также легко может быть раскрыт в потоковой системе координат:

$$\frac{1}{4} s^2 + \frac{p' R a}{\mu^2 B_0^2} \left[ B_0^2 V_0''(\phi) + \kappa R \Delta \frac{(\mu_{st}' a^3)'}{\mu a^3} \right] > 0. \quad (5)$$

При компенсации вакуумного магнитного бугра за счет смещения шнура наружу [2] (второй член в квадратных скобках (5)) ограничение на  $\beta$  возникает из условий равновесия. Оценки показывают, что при этом величина  $\beta_{max}$  для комбинированного стелларатора может быть существенно, в  $1 + \frac{\mu_\kappa}{\mu_\epsilon}$  (2 — 3 раза) больше, чем для обычного стелларатора с круговой осью. Заметим, что равновесие и устойчивость плазмы в комбинированном стеллараторе определяется, как это видно из (3) — (5) лишь локальным аспектным отношением, поэтому ограничения на полную длину системы, в отличие от обычного стелларатора, нет.

Использованный метод пригоден и для описания более сложных конфигураций — стеллараторов с большим широм, сильным искажением магнитных поверхностей, с комбинацией винтовых гармоник, что необходимо для оптимизации системы и получения более точной оценки для  $\beta_{max}$ .

Авторы благодарны В.Д.Шафранову за постоянное внимание к работе и полезные обсуждения.

Институт атомной энергии  
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию  
13 августа 1981 г.

### Литература

- [1] Михайлов М.И. Физика плазмы, **6**, 1980, 45.
  - [2.] Коврижных Л.М., Щенетов С.В. Физика плазмы, **6**, 1980, 976.
  - [3] Shafranov V.D. Nuclear Fusion, **8**, 1968, 253.
  - [4] Greene J.M., Johnson J.L., Weimer K.E. Plasma Physics, **8**, 1966, 145.
  - [5] Connor J.W., Hastie R.J., Taylor J.B. Phys. Rev. Lett., **40**, 1978, 396.
  - [6] Zakharov L.E. In Plasma Phys. and Contr. Nucl. Fus. Res., IAEA, Vienna, **1**, 1979, 689.
  - [7] Погуце О.П., Юрченко Э.И. Письма в ЖЭТФ, **28**, 1978, 344.
  - [8] Mercier C. Nuclear Fusion, **1**, 1960, 47.
-