Письма в ЖЭТФ, том 34, вып. 8, стр. 471 – 474 *20 октября 1981 г.*

ВЛИЯНИЕ ДИСКРЕТНОСТИ КОНЕЧНОЙ НЕУПОРЯДОЧЕННОЙ СИСТЕМЫ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЙ

В.И.Мельников

Вблизи точки соизмеримости длины волны электрона λ и постоянной решетки d, когда $\lambda/4 = d$, распределение сопротивлений $w(\rho, x)$ неупорядоченного отрезка длиной x резко меняется. Найдено точное выражение для w и получена степенная асимптотика для среднего коэффициента прозрачности $< T > \backsim x^{-1/2}$.

Электронные состояния в одномерной неупорядоченной системе (НС) локализованы, а статическая проводимость НС равна нулю [1, 2]. В ряде работ [3 – 5] был поставлен вопрос о сопротивлении R НС конечной длины L. Величина $R(L)$ связана с импульсом Ферми p_F и сечением НС S соотношением

$$R(L) = \frac{6\pi^2}{e^2 p_F^2 S}\,\rho(L), \quad \rho(L) = 1/T(L) - 1, \qquad (1)$$

где T – коэффициент прозрачности НС [3, 4].

Для разных реализаций случайного потенциала НС величина $\rho(L)$ принимает разные значения, и возникает задача о распределении сопротивлений $w(\rho, L)$, отвечающем заданным характеристикам потенциала. Было показано, что w медленно спадает с ростом ρ, так что самоусредняющимся является не ρ, а $\ln\rho$, причем $< \ln\rho > \backsim L$ [4, 6]. В ряде работ этот вопрос был исследован численно [7, 8]. Явное выражение для $w(\rho, x)$ в пределе $x \equiv L/l >> 1$ (l – длина свободного пробега) было получено в нашей работе [9] для случая слабого рассеяния на случайных примесях (предварительные результаты см. в [10]).

В общем случае несущественно, расположены ли примеси случайно, или же они помещены в узлы дискретной решетки. Ситуация резко меняется только в том случае, когда длина волны электрона $\lambda = 2\pi/p_F$ соизмерима с периодом решетки d, а именно, $\lambda/4 = d$. Известно, что при $|4p_F d - 2\pi| << d/l$, когда $\exp(4ip_F d) \approx 1$, появляется особенность в плотности электронных состояний [11, 12], а также резко меняются частотный и температурный ход проводимости бесконечной НС [12]. В работе [13] было показано, что длина локализации растет с уменьшением расстояния s до середины зоны (см. (6)), как $\ln^2 s$. Отметим, что самое раннее указание на эффекты соизмеримости в неупорядоченных системах сделано, видимо, Дайсоном [14].

В настоящей статье для случая $\lambda/4 = d$ найдено точное решение для $w(\rho, x)$ и показано, что коэффициент прозрачности НС падает с ее длиной как $x^{-1/2}$ в отличие от экспоненциального спадания в общем случае.

Считаем, что НС занимает отрезок $(0, L)$, $L \equiv Nd$. Как и ранее [9], воспользуемся формализмом матрицы перехода [6] и после простых выкладок сведем вычисление сопротивления ρ_N к рекуррентным соотношениям

$$A_N = A_{N-1}(1+2\beta_N^2) + \beta_N(B_{N-1}e^{-i\gamma} + B^*_{N-1}e^{i\gamma}); \quad \gamma = 2p_F d$$
$$B_N = B_{N-1}e^{-i\gamma} + 2\beta_N A_{N-1}e^{-i\gamma} + \beta_N^2(B_{N-1}e^{-i\gamma} + B_{N-1}e^{i\gamma}). \tag{2}$$

$$A_N^2 - |B_N|^2 = 1; \quad A_0 = 1; \quad B_0 = 0; \quad \rho_N = (A_N - 1)/2. \tag{3}$$

Величины β_k для всех примесей распределены одинаково и взаимно независимо

$$<\beta_k> = 0; \quad <\beta_k\beta_{k'}> = d/l\,\delta_{kk'}; \quad d/l << 1. \tag{4}$$

Усреднение первого из соотношений (2) показывает, что среднее сопротивление не зависит от γ и всегда совпадает с результатом для континуальной модели [3]. Расчет $<\rho^2>$ требует решения рекуррентных уравнений для величин $<A^2>$, $<B^2>$ и $<B^{*2}>$. Асимптотика $<\rho^2>$ вида $\exp(\Lambda(s)x)$ определяется при этом наибольшим из корней кубического уравнения

$$\Lambda^3 - 10\Lambda^2 + \Lambda(16+s^2) - 6s^2 = 0; \quad s = (4p_F - 2\pi/d)l. \tag{6}$$

В частных случаях получим

$$\Lambda = 8 - s^2/24, \quad s^2 << 1; \quad \Lambda = 7; \quad s^2 = 45; \quad \Lambda = 6 + 48/s^2; \quad s^2 >> 1. \tag{7}$$

В пределе $s = 0$ система (2) с учетом (3) превращается в одно уравнение

$$A_N = A_{N-1}(1+2\beta_N^2) + 2\beta_N(1 - A_{N-1}^2)^{1/2}, \tag{8}$$

из которого следует

$$d<A^n>/dx = 2n^2<A^n> - 2n(n-1)<A^{n-2}>. \tag{9}$$

Эта система эквивалентна уравнению Фоккера – Планка

$$\frac{\partial}{\partial x} w(A,x) = 2\frac{\partial}{\partial A}\left[A + (A^2-1)\frac{\partial}{\partial A}\right] w(A,x), \tag{10}$$

решение которого находится в явном виде

$$w(A,x) = (2\pi x)^{-1/2}(A^2-1)^{-1/2}\exp[-(\operatorname{arch} A)^2/8x]; \quad A = 2\rho + 1. \tag{11}$$

С использованием (11) вычислим асимптотики степеней сопротивления и проводимости при $s = 0$ и $x >> 1$:

$$<\rho^\nu> = 4^{-\nu}\exp(2\nu^2 x); \quad \nu > 0, \tag{12}$$

$$<\sigma^\nu> \equiv <\rho^{-\nu}> = (2\pi x)^{-1/2}B(-\nu+1/2,\nu); \quad 1/2 > \nu > 0,$$

где B – функция Эйлера. Напомним, что при $|s| \to \infty$, т. е. в континуальной модели [9, 10]

$$<\sigma^\nu> \backsim \exp(-\nu(1-\nu)x); \quad 1/2 > \nu > 0, \tag{13}$$

$$< \sigma^{\varkappa} > \backsim \exp(-x/4); \qquad 1 > \nu > 1/2.$$

Сравнение (13) и (12) показывает, что при переходе от $s^2 = \infty$ к $s = 0$ асимптотика $< \sigma^{\nu} >$ для диапазона $1/2 > \nu > 0$ переходит от экспоненциальной к степенной, а средние $< \sigma^{\nu} >$ при $\nu > 1/2$ в случае соизмеримости расходятся.

Утверждение о степенной асимптотике сопротивления типа $<\rho> \backsim x^2$ при $s = 0$ было высказано недавно Азбелем [15]. Приведенный расчет показывает, что при $s^2 \to 0$ качественно изменяются только средние от степеней проводимости $< \sigma^{\nu} >$.

Степенной характер спадания среднего коэффициента прозрачности

$$< T > \equiv < 2(A + 1)^{-1} > \approx 2^{1/2} \pi^{-1/2} x^{-1/2}; \; x >> 1. \tag{14}$$

находится в качественном согласии с асимптотикой $x^{-3/2}$ для коррелятора плотностей, найденной ранее [12].

Таким образом, дискретность системы и хаотичность потенциала весьма своеобразно отражаются на средних значениях величины, подобных T. В упорядоченной системе, когда β = const, а $\lambda/4 = d$ отвечает энергии в центре запрещенной зоны шириной $\sim |\beta|$, имеем $T \approx 1$ при $\beta s >> 1$ и $T \backsim \exp(-2\beta x/d)$ при $\beta s << 1$, когда $\lambda/4 = d$. Если же β – флуктуирующий потенциал с нулевым средним (4), то $T \backsim \exp(-x/4)$ при $s^2 >> 1$, $T \backsim x^{-1/2}$ при $s = 0$. Видно, что переход от регулярного потенциала к случайному экспоненциально уменьшает T в общем случае и экспоненциально увеличивает его для состояний в центре зоны.

Я глубоко признателен Э.И.Рашба за ряд полезных обсуждений.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
17 сентября 1981г.

Литература

[1] *Mott N.F., Twose W.D.* Adv. Phys., 10, 1961, 107.

[2] *Березинский В.Л.* ЖЭТФ, 65, 1973, 1251.

[3] *Landauer R.* Phil. Mag., 21, 1970. 863.

[4] *Anderson P.W., Thouless D.J., Abrahams E., Fisher D.S.* Preprint, 1980.

[5] *Мельников В.И.* ФТТ, 22, 1980, 2404.

[6] *Abrahams E., Stephen M.J.* J. Phys. C: Solid State Phys., 13, 1980, L377.

[7] *Andereck B.S., Abrahams E.* J. Phys. C: Solid State Phys. 13, 1980, L383.

[8] *Soucoulis C.M., Economou E.M.* Solid State Com., 37, 1981, 409.

[9] *Мельников В.И.* ФТТ, 23, 1981, 782.

[10] *Мельников В.И.* Письма в ЖЭТФ, 32, 1980, 244.

[11] *Gor'kov L.P., Dorokhov O.N.* Solid State Com., 21, 1977. 7.

[12] *Гоголин А.А., Мельников В.И.* ЖЭТФ, 73, 1977, 706.

[13] *Eggarter T.P., Riedenger R.* Phys. Rev., **B18**, 1978, 569.

[14] *Dyson F.* Phys. Rev., **92**, 1953, 1331.

[15] *Azbel M.Ya.* Solid State Com., **37**, 1981, 789.