

## О СТРУКТУРЕ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В СЛАБОИОНИЗОВАННОЙ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕ

*P.Ф. Авраменко, A.A. Рухадзе, C.Ф. Теселкин*

Теоретически исследуется структура плоской ударной ионно-звуковой волны в слабоионизованной неизотермической плазме, подделяемой ударной волной в нейтральной компоненте. Получены аналитические выражения для профилей плотности и скорости заряженной компоненты.

1. Известно, что в достаточно редкой неизотермической плазме с  $T_e >> T_i \gtrsim T_n$  существуют низкочастотные ионно-звуковые колебания, причем они возможны как в сильноионизованной, так и слабоионизованной плазме. В условиях, когда характерные размеры намного превосходят дебаевский радиус электронов, такие медленные движения заряженной компоненты плазмы в произвольном нелинейном приближении хорошо описываются уравнениями одно жидкостной гидродинамики с постоянной температурой  $T_e$  (см. [1 – 4]). В этих уравнениях учитывается трение ионов о нейтральные частицы, что обуславливает диссиацию части энергии движения заряженной компоненты путем передачи импульса нейтральному газу. Возможна, однако, и другая ситуация, когда движение нейтральной компоненты плазмы посредством силы трения вызывает движение заряженной компоненты. Такое вынужденное движение может стать особо существенным в случае слабоионизованной плазмы, в которой движение нейтральной компоненты задано и оно возмущает заряженную компоненту; обратным же воздействием заряженной компоненты на нейтральную можно пренебречь (см. (7)).

Ниже рассматривается пример одномерного вынужденного движения заряженной компоненты слабоионизованной плазмы, вызванное относительно слабой (неионизующей) плоской ударной волной, распространяющейся по нейтральной компоненте. Поскольку скорость ионно-звуковых волн намного превосходит тепловую скорость ионов и скорость звука



в нейтральной компоненте, то ударная волна может стать источником опережающих ее ионно-звуковых волн, которые будут возмущать заряженную компоненту плазмы перед фронтом ударной волны. В результате установится сложное нелинейное движение, которое и рассмотрено ниже. Характерной особенностью этого движения является наличие перед фронтом ударной волны довольно протяженной области возмущения заряженной компоненты плазмы, по виду напоминающей размытую ударную волну, которую мы и назвали ионно-звуковой ударной волной. Заметим, что в отсутствии внешнего воздействия, распространение ударных ионно-звуковых волн в неизотермической электронно-ионной плазме невозможно [5].

2. Для описания движения заряженной компоненты слабоионизованной неизотермической плазмы будем исходить из уравнений одножидкостной гидродинамики [3]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho + \frac{\partial}{\partial x} (\rho V) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} V + V \frac{\partial}{\partial x} V &= - \frac{v_s^2}{\rho} \frac{\partial}{\partial k} \rho - \nu_{in} (V - V_n). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $\rho = MN_i$  – массовая плотность заряженной компоненты плазмы,  $V$  – ее гидродинамическая скорость,  $v_s^2 = z(T_e/M)$ , где  $z = |e_i/e|$ , – скорость ионного звука,  $\nu_{in}$  – частота столкновений ионов с нейтральными частицами, средняя гидродинамическая скорость которых  $V_n$ .

Как уже отмечалось, движение ударной волны по нейтральной компоненте считаем заданной, т. е.

$$\begin{aligned} V_n &= u\theta(-\xi), \\ \rho_n &= \rho_{n0} + (\rho_{n1} - \rho_{n0})\theta(-\xi). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $\xi = x - ct$ , где  $c$  – скорость фронта ударной волны, а  $u$  – скорость нейтральных частиц за фронтом,  $\rho_{n0}$  и  $\rho_{n1}$  – соответственно, плотность нейтрального газа перед и за фронтом ударной волны,  $\theta(\xi)$  – функция скачка.

3. Решая сформулированную задачу, все величины будем считать зависящими от  $\xi$ . В результате из первого уравнения (1) находим

$$\rho = \rho_0 (1 - \frac{V}{c})^{-1}, \quad (3)$$

где  $\rho_0$  – невозмущенная плотность заряженной компоненты плазмы. Учитывая (3), из второго уравнения (1) получаем:

$$\frac{d}{d\xi} \left[ \frac{y^2}{2} - v_s^2 \ln \left( \frac{y}{c} \right) \right] - \nu_{in} (y - y_n) = 0, \quad (4)$$

где  $y = c - V$ ,  $y_n = c - V_n$ .

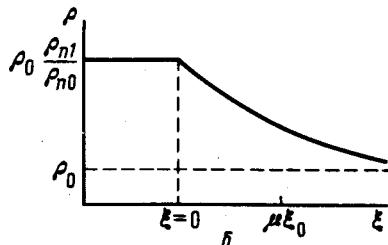
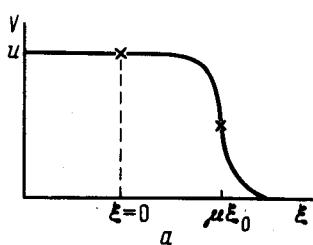
Отметим, что наряду с величиной  $y_n$  в уравнении (4) разрывной является частота ион-нейтральных столкновений  $\nu_{in}$ , поскольку  $\nu_{in} \sim \rho_n$ . Поэтому это уравнение следует решать в областях  $\xi > 0$  и  $\xi < 0$  по отдельности, сшивая найденные решения в точке  $\xi = 0$  согласно условию непрерывности функции  $y(\xi)$ . Кроме того, в отсутствии скачка в нейтральной компоненте, т. е. при  $\rho_{n1} = \rho_{n0}$ , решение уравнения (4) три-

вительно,  $V \equiv 0$ , а  $y \equiv c$ . Учитывая все сказанное и принимая во внимание неравенство  $v_s^2 >> c^2$ , окончательно найдем

$$V = \begin{cases} \frac{c}{1 + \exp\left(\frac{\xi - \mu \xi_0}{\xi_0}\right)} & \text{при } \xi > 0, \\ u = c\left(1 - \frac{\rho_{n0}}{\rho_{n1}}\right) & \text{при } \xi < 0; \end{cases}$$

$$\rho = \begin{cases} \rho_0 \left[ 1 + \exp\left(-\frac{\xi - \mu \xi_0}{\xi_0}\right) \right] & \text{при } \xi > 0, \\ \rho_0 \frac{\rho_{n1}}{\rho_{n0}} & \text{при } \xi < 0. \end{cases}$$

Здесь  $\mu = \ln\left(\frac{\rho_{n1}}{\rho_{n0}} - 1\right)$ , а  $\xi_0 = \frac{v_s^2}{c v_{in}^{(o)}}$ , где  $v_{in}^{(o)} \sim \rho_{n0}$  — частота ион-нейтральных столкновений в невозмущенной плазме.



4. Переходя к обсуждению полученных решений, прежде всего укажем область их применимости. В уравнении (4) мы пренебрегли столкновениями ионов с ионами (ионной вязкостью), что справедливо при достаточно низкой степени ионизации, когда  $a = \rho_0 / \rho_{n0} < \sigma_i T_i^2 D^2 \cdot 2 \cdot 10^{-4}$ , где  $\sigma_i$  — сечение рассеяния ионов на нейтралах,  $D$  — число Маха. Для воздуха  $\sigma_i \approx 10^{-15}$  см<sup>2</sup> и при  $T_i \approx 3 \cdot 10^2$  К имеем  $a < 10^{-5}$ . Кроме того, предполагалось, что  $v_s^2 >> c^2$ , поэтому ударная волна в нейтральной компоненте должна быть не очень сильной, так чтобы число Маха не превышало нескольких единиц. Это требование согласуется с предположением о неионизующем характере ударной волны.

Следует особо отметить, что мы пренебрегли структурой ударной волны в нейтральной компоненте плазмы, которая, как известно, порядка длины свободного пробега нейтралов. Вместе с тем, пространственная структура найденных решений (5) и (6) определяется величиной  $\xi_0 = v_s^2 / c^2 l_i$ , где  $l_i \approx l_n$  — длина свободного пробега ионов и ней-

травлов. Неравенство  $v_s^2 >> c^2$  обеспечивает законность этого пренебрежения.

Пространственная структура решений (5) и (6) для  $\mu > 1$  представлена на рис. а и б для скорости  $V$  и плотности  $\rho$ , соответственно. Видно что перед фронтом ударной волны, распространяющейся по нейтральному газу, имеется протяженная область с линейным размером  $(1 + \mu)\xi_0$ , где возмущается заряженная компонента плазмы. При  $\mu > 1$  структура возмущения заряженной компоненты напоминает структуру ударной волны и поэтому это возмущение можно назвать ионно-звуковой ударной волной.

В заключение заметим, что время формирования возмущенной перед фронтом волны области  $\sim 1/\nu_{in}^{(o)}$ . Это позволяет оценить мощность, расходуемую ударной волной на создание этой области. Легко показать, что отношение этой мощности к мощности ударной волны порядка

$$\eta \approx \alpha \frac{T_e}{T_n} \frac{\rho_{n1}}{\rho_{no}} \ln \left( \frac{\rho_{n1}}{\rho_{no}} - 1 \right). \quad (7)$$

Очевидно, что для справедливости всех полученных соотношений, пренебрегающих обратным воздействием движения заряженной компоненты на нейтральную, необходимо, чтобы  $\eta \ll 1$ .

Московский  
государственный университет  
им. М.В.Ломоносова

Поступила в редакцию  
29 июля 1981 г.

## Литература

- [1] Климанович Ю.Л., Силин В.П. ЖЭТФ, 1961, 40, 1213.
- [2] Ловецкий Е.Е., Рухадзе А.А. ЖЭТФ, 1961, 41, 1845.
- [3] Abu-Asali E., Al'terkop B.A., Rukhadze A.A. Plasma Phys., 1975, 17, 189.
- [4] Александров А.Ф., Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А. Основы электродинамики плазмы, М., 1978.
- [5] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред, М., 1954, гл.IX.