*Письма в ЖЭТФ, том 34, вып. 9, стр. 496 – 499* *5 ноября 1981 г.*

# ПРОВОДИМОСТЬ ДВУМЕРНЫХ ЭЛЕКТРОНОВ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*Ю.А.Бычков, С.В.Иорданский, Г.М.Элиашберг*

В пределе малой плотности двумерных электронов, находящихся в сильном магнитном поле, вычислена проводимость. Считается, что рассеяние электронов происходит только на фононах.

Мы рассмотрим проводимость двумерной системы электронов в сильном магнитном поле, обусловленную рассеянием электронов фононами. Эта проблема активно исследуется в последнее время наряду с другими свойствами систем типа металл – окисел – полупроводник [1 – 3]. Магнитное поле предполагается столь сильным, что все электроны находятся на основном уровне Ландау. При этом мы считаем поверхностную плотность электронов $n$ столь малой, что выполняется условие $2\pi l_H^2 n << 1$, $l_H^2 = c\hbar/eH$ ($^1/_2\pi l_H^2$ – максимальное число состояний электронов на данном уровне Ландау). Это обстоятельство позволяет пренебречь взаимодействием электронов друг с другом и учитывать только их взаимодействие с фононами. Поместим такую систему во внешнее электрическое поле, перпендикулярное магнитному полю. Нас будет интересовать только та составляющая тока, которая параллельна электрическому полю. При этом возникает вопрос о механизме дрейфа электронов в этом направлении. Совершенно очевидно, что столкновение электрона с одним фононом не приводит к изменению центра орбиты электрона. Действительно, ввиду закона сохранения энергии возможно взаимодействие электронов только с фононами, у которых частота $\omega_q = 0$ (двумерный электрон не изменяет энергию, находясь на данном уровне Ландау), что фактически не означает никакого взаимодействия. Совершенно другая ситуация возникает при учете двухфононных процессов. Действительно, если вначале один фонон излучается (поглощается), а затем второй поглощается (излучается), то закон сохранения энергии требует (в изотропном приближении) только равенства модулей волновых векторов обоих фононов, а отдельные их компоненты могут отличаться. В калибровке, когда вектор-потенциал магнитного поля ($\mathbf{H} \parallel$ оси $z$, $\mathbf{E} \parallel$ оси $x$) $A_x = A_z = 0$, $A_y = Hx$, волновая функция электрона $\psi(\mathbf{r}) = Ae^{-(x-x_0)^2/2} e^{ip_y y}\phi(z)$, $x_0 = cp_y/eH$ и изменение компоненты импульса $p_y$ за счет рассеяния на фононах означает смещение электрона вдоль оси $x$, что приводит к возникновению тока. Считая взаимодействие электронов с фононами слабым мы ограничимся двухфононным приближением. Поскольку магнитная длина $l_H$ много больше атомных расстояний можно ограничиться вторым порядком по линейному электрон-фононному взаимодействию.

Вычисления проводимости мы выполним с помощью кинетического уравнения, полученного на основе метода, развитого Л.Келдышем [4]. Мы не будем приводить несколько громоздкие, но совершенно стандартные промежуточные вычисления, а отметим только характерные моменты. Во-первых, мы пренебрегаем поправками, соответствующими перенормировке энергии электронов за счет взаимодействия с фононами, во-вторых, основное состояние невзаимодействующих электронов соответствует энергии отдельного электрона (в указанной ранее калибровке) $\epsilon_p = \epsilon_0 - el_H^2 E p_y$. Окончательно, для функции распределения электронов $f_p$ по импульсам $p \equiv p_y$ ввиду малости изменения функции распределения на расстояниях порядка магнитной длины $l_H$ кинетическое уравнение имеет вид уравнения Фоккера – Планка ($\hbar = k = 1$)

$$\frac{\partial f_p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial p}\left[D\frac{\partial f_p}{\partial p} - \frac{el_H^2 E}{T} Df_p\right], \tag{1}$$

где коэффициент диффузии электронов по центрам орбит

$$D = \frac{\pi}{2} g^4 \int (q_{1y} + q_{2y})^2 N_{q1}(1 + N_{q1})\delta(\omega_{q1} - \omega_{q2})\frac{d^3q_1 d^3q_2}{(2\pi)^6} \times$$
$$\times e^{-q_1^2 l_H^2}\left[1 - e^{il_H^2(\mathbf{q}_{1\perp} \times \mathbf{q}_{2\perp})}\right], \tag{2}$$

$J$ – константа электрон-фононного взаимодействия, $N_q$ – функция распределения фононов, $(\mathbf{q}_{1\perp} \times \mathbf{q}_{2\perp}) = q_{1x}q_{2y} - q_{1y}q_{2x}$. Отметим, что фононы мы считаем трехмерными, при этом при вычислении матричного элемента перехода зависимость от компоненты $q_z$ исчезла ввиду того, что характерные длины волн фононов $\lambda_T >> a$, где $a$ – размер локализации электрона в направлении магнитного поля. В связи с этим зависимость эффекта от граничных условий для фононов является слабой.

Из формулы (1) видно, что в данном случае выполняется соотношение Эйнштейна. При этом подвижность в координатном пространстве есть (проводимость $\sigma = ne\mu$)

$$\mu = \frac{el_H^4}{T} D . \qquad (3)$$

После некоторых преобразований для подвижности $\mu$ получаем ($\omega_q = sq$, $x = \omega_q/T$, $s$ – скорость звука)

$$\mu = \frac{el_H^4 g^4}{32\pi^3 Ts} \int_0^\infty \frac{e^x}{(e^x-1)^2} q^6 e^{-q^2 l_H^2} A(q) dq, \qquad (4)$$

где функция $A(q)$ есть ($J_0(z)$ – функция Бесселя нулевого порядка)

$$A(q) = \iint_0^\pi \sin^3\theta_1 \sin\theta_2 [1 - J_0(q^2 l_H^2 \sin\theta_1 \sin\theta_2)] d\theta_1 d\theta_2 . \qquad (5)$$

Отметим, что функцию $A(q)$ можно найти и она равна

$$A(q) = \frac{8}{3} - \frac{2\pi}{z}\left[\mathrm{H}_0(z) - \mathrm{H}_1(z)\frac{1}{z}\right],$$

где $\mathrm{H}_{0,1}(z)$ – функция Струве, $z = q^2 l_H^2$.

Рассмотрим два предельных случая. При низких температурах $T << T_0$, $T_0 = s/l_H$ вычисления можно выполнить, и мы получаем, что

$$\mu = \frac{(2\pi)^7}{297 s^{12}} el_H^8 g^4 T^{10}. \qquad (6)$$

В случае высоких температур $T >> T_0$ подвижность

$$\mu = \frac{eg^4 T}{32\pi^{5/2} l_H s^3}\left[1 - \int_0^{\pi/4} \frac{\sin^2\phi \sin(3\phi/2)}{\cos^{3/2}\phi \cos^{1/2} 2\phi} d\phi\right]. \qquad (7)$$

Отметим, что соответствующие формулы для подвижности при рассеянии на двумерных фононах есть

$$\mu = \frac{el_H^4 g^4}{8\pi s T} \int_0^\infty q^4 \frac{e^x}{(e^x-1)^2} [1 - J_0(q^2 l_H^2)] e^{-q^2 l_H^2} dq . \qquad (4')$$

В случае низких температур

$$\mu = \frac{2\pi^7}{15 s^{10}} el_H^8 g^4 T^8 , \qquad (6')$$

а в случае высоких температур

$$\mu = \frac{1}{8\pi s^3} el_H g^4 T \int_0^\infty e^{-x^2} [1 - J_0(x^2) x^2 dx]. \qquad (7')$$

Приведем теперь некоторые численные оценки. Отметим сразу, что при $H \sim 10^5$ Гс магнитная длина $l_H \sim 10^{-6}$ см. Таким образом температура $T_0 \sim 0{,}1^\circ$. Положим теперь $g^2 = \beta^2 \epsilon_0^2 / \rho s^2$, $\epsilon_0 = 1$ эВ, $\rho$ – плотность полупроводника, $\beta$ – численный параметр, $s = \gamma 10^5$ см/сек. Подставляя эти величины в выражение (7) получим для подвижности ($a$ – численный коэффициент в (7))

$$\mu = \frac{a\beta^4}{32\pi^{5/2}\gamma^7} 10^5 T \text{ (абс. ед.).} \tag{8}$$

Заметим, что неопределенность в численном значении подвижности, обусловленная коэффициентами $\beta$ и $\gamma$, входящими в высоких степенях, может достигать нескольких порядков. Для эффективного времени пробега $\tau^* = m\mu/e$ получаем

$$\tau^* \sim \frac{a\beta^4}{\pi^{5/2}\gamma^7} 10^{-14} T \text{ сек}. \tag{9}$$

С учетом неопределенности численного значения множителя это значение для $\tau^*$ не противоречит данным работы [5].

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
8 сентября 1981 г.

## Литература

[1] *Fukujama H.* Technical Report of ISSR, ser. A, №933, 1979.

[2] *Баскин Э.М., Магарилл Л.И., Энтин М.В.* ЖЭТФ, 1978, **75**, 723.

[3] *Кукушкин Л.С.* ЖЭТФ, 1980, **78**, 1020.

[4] *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Физическая кинетика, М.: изд. Наука, 1979.

[5] *Kennedy T., Wagner R., Mc Combe B., Tsui D.* Solid State Comm., 1977, **22**, 459.