Письма в ЖЭТФ, том 34, вып. 9, стр. 508 – 510 *5 ноября 1981 г.*

ОТСУТСТВИЕ ВАКУУМНОГО КОНДЕНСАТА В СУПЕРСИММЕТРИЧНОЙ ГЛЮОДИНАМИКЕ

М.Б.Волошин, В.И.Захаров

Вне рамок теории возмущений показано, что в суперсимметричной глюодинамике спонтанное нарушение суперсимметрии отсутствует и вакуумные фермионный и глюонный конденсаты не образуются.

Известно, что различные полевые операторы квантовой хромодинамики обладают отличными от нуля вакуумными средними по физическому вакууму. В частности, $<\bar{q}(x)q(x)>$, $<G^a_{\mu\nu}(x)G^a_{\mu\nu}(x)> \neq 0$, где q – поле кварка, $G^a_{\mu\nu}$ – тензор напряженности глюонного поля (a – цветовой индекс). Кварковый конденсат, $<\bar{q}q> \neq 0$, означает спонтанное нарушение киральной инвариантности [1]. Глюонный конденсат $<G^2> \neq 0$, по всей видимости, связан с пленением цвета. Во всяком случае, удается проследить связь $<G^2> > 0$ с моделью мешков [2].

Принято думать, что существование конденсата универсально для любой неабелевой теории поля с сильной связью на больших расстояниях.

В настоящей статье мы покажем, что в суперсимметричной глюодинамике вакуумные конденсаты на самом деле отсутствуют. Важно при этом иметь в виду, что суперсимметричная глюодинамика [3] отличается от обычной хромодинамики лишь тем, что триплеты кварков заменены на фермионы в присоединенном представлении.

Более подробно, лагранжиан записывается как

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} G^a_{\mu\nu}G^a_{\mu\nu} + \frac{i}{2}\bar{\lambda}^a \gamma_\mu D_\mu \lambda^a, \tag{1}$$

где $D_\mu = \partial_\mu - igT^aA^a_\mu$ и g – константа связи, T^a – генератор группы G, векторное поле A^a_μ и майорановские спиноры λ^a преобразуются по присоединенному представлению группы G.

Можно показать [3], что лагранжиан (1) помимо обычной калибровочной инвариантности обладает новой симметрией относительно преобразований бозонов в фермионы. Соответствующие этим преобразованиям спинорные заряды Q_α удовлетворяют обычной алгебре

$$\{Q_\alpha, \bar{Q}_\beta\} = -2(\gamma_\mu)_{\alpha\beta}P_\mu. \tag{2}$$

Не представляет труда построить [3] и соответствующие сохраняющиеся токи $J_{\mu\alpha}$ так что $Q_\alpha = \int J_{o\alpha}d^3x$: (здесь P_μ – генератор полного 4-импульса; α, β – спинорные индексы).

Существование кваркового или глюонного конденсата означает, что суперсимметрия спонтанно нарушена. Утверждение следует из соотношений

$$< \bar{\lambda}\lambda > = \frac{1}{4i} < \{ Q_{\alpha}, (\bar{\lambda}\gamma^{\mu}A_{\mu})^{\alpha} \} > \quad [4] \tag{3}$$

$$< T^{\mu}_{\mu}(x) > = < \{ Q_{\alpha}, (\gamma^{\mu}J_{\mu}(x))^{\alpha} \} >. \tag{4}$$

При этом нужно учесть, что след тензора энергии импульса T^{μ}_{μ}, как обычно, пропорционален G^2:

$$T^{\mu}_{\mu}(x) = \frac{\beta(g^2)}{2g^2} G^a_{\mu\nu}(x) G^a_{\mu\nu}(x), \tag{5}$$

где $\beta(g^2)$ – функции Гелл-Манна – Лоу. (В нашем случае $\beta(g^2) = - 3C_2(G)g^4/(16\pi^2) + O(g^6)$). В результате мы видим, что отличное от нуля $< \bar{\lambda}\lambda >$ или $< G^2 >$ подразумевает, что $Q_{\alpha}| 0 > \neq 0$. Последнее и означает, что суперсимметрия спонтанно нарушена.

Ясно, далее, что в любом конечном порядке теории возмущений суперсимметрия не нарушается спонтанным образом, и конденсаты отсутствуют. Это видно хотя бы из того, что спонтанное нарушение сопровождается появлением безмассовой частицы, так называемой голдстино. Голдстино в обсуждаемом случае может быть только связанным состоянием λ и A. В конечном порядке же теории возмущений связанные состояния не проявляются (прекрасное изложение общих вопросов суперсимметрии, затронутых в настоящей статье можно найти в недавнем препринте Виттена [5]).

Вне рамок теории возмущений, можно утверждать, воспользовавшись (5), что в нашем случае вакуумное среднее $< G^2 > \leqslant 0$. Действительно, в силу лоренц-инвариантности

$$< 0| T^{\mu}_{\mu} | 0 > = 4E,$$

где E – плотность энергии вакуума. В суперсимметричных теориях всегда $E \geqslant 0$ (см., например, [5]) поскольку оператор энергии, P_0, неотрицательно определен, $P_0 \sim Q^2_{\alpha}$ (см. (2)). С другой стороны, при $< G^2 > < 0$ имеем в силу лоренц-инвариантности вакуума:

$$< 2 (\mathbf{H}^a)^2 > \equiv < \sum_{i,k} (G^a_{ik})^2 > = \frac{1}{2} < G^2 > < 0,$$

что противоречит неотрицательной определенности оператора $(\mathbf{H}^a)^2$. Поэтому мы приходим к строгому соотношению

$$< G^a_{\mu\nu}(x) G^a_{\mu\nu}(x) > = 0. \tag{6}$$

Иными словами, $E = 0$ и суперсимметрия не нарушена спонтанным образом, $Q_{\alpha}|0 > = 0$. Наконец, отсутствие кваркового конденсата, $< \bar{\lambda}\lambda > = 0$, является теперь прямым следствием того, что $Q_{\alpha}| 0 > = 0$ (см. обсуждение выше).

Приведенное доказательство носит формальный характер, пока не обсуждены возможные расходимости обсуждавшихся величин. Очень важно подчеркнуть поэтому, что только в суперсимметричной теории можно рассматривать величину $< G^2 >$. В остальных теориях, в частности, в квантовой хромодинамике, $\langle G^2 \rangle$ не определено (расходится) в теории возмущений. Поэтому реально приходится вводить среднее от N-упорядоченного произведения операторов $\langle 0 | : G^2 : | 0 \rangle$. При этом теряются все свойства знаковой определенности. В суперсимметричной глюодинамике в теории возмущений $\langle G^2 \rangle = 0$, и N-произведение совпадает с полным произведением, для которого имеет место знаковая определенность[1].

Таким образом, суперсимметричная глюодинамика является весьма редким примером теории с сильной константой связи в четырехмерном пространстве времени, где вопрос о спонтанном нарушении симметрии может быть решен точно. К сожалению, способ рассмотрения не переносится непосредственно на другие суперсимметричные теории. Однако, и разобранного примера достаточно, чтобы продемонстрировать неуниверсальность неабелевых теорий, зависимость ответа от деталей фермионного представления. В частности, нет оснований думать, что в суперсимметричной глюодинамике остается явление пленения цвета. Зануление фермионного конденсата ставит под сомнение веру в то, что конденсат всегда образуется [6] при достаточно большой константе связи в канале наибольшего притяжения.

Авторы благодарны А.И.Вайнштейну и В.А.Новикову за подробные обсуждения и критические замечания.

Институт теоретической
и экспериментальной физики

Поступила в редакцию
7 сентября 1981 г.

Литература

[1] *Nambu Y.* Phys. Rev. Lett., 1960, 4, 380.

[2] *Callan C., Dashen R., Gross D.* Phys. Lett., 1978, 78B, 307; *Shuryak E.V.* Phys. Lett., 1978, 79B, 135; *Shifman M., Vainshtein A., Zakharov V.* Nucl. Phys., 1979, B147, 385, 448.

[3] *Wess J., Zumino B.* Nucl. Phys., 1974, B78, 1; *Ferrara S., Zumino B.* Nucl. Phys., 1974, B79, 413; *Salam A., Strathdee J.* Phys. Lett., 1974, 51B, 353.

[4] *Dine M., Fischler W., Srednicki M.* Supersymmetric Technicolor, Inst. for Advanced Study preprint. Princeton, 1981.

[5] *Witten E.* Dynamical Breaking of Supersymmetry, Princeton Univ. preprint, 1981.

[6] *Raby C., Dimopoulos S., Susskind L.* Nucl. Phys., 1980, B169, 375.

---

[1] В нулевом порядке по константе связи в $\langle G^2 \rangle$ нет фермионных петель, и может возникнуть недоумение, каким образом возникает различие между КХД и суперсимметричной глюодинамикой. Ответ заключается в том, что вклад нулевого порядка по константе связи зануляется в силу уравнений движения для $G_{\mu\nu}$. В следующих порядках возникают как бозонные так и фермионные петли.