Письма в ЖЭТФ, том 34, вып. 10, стр. 525 – 529 *20 ноября 1981 г.*

КВАЗИАЛЬФВЕНОВСКИЕ ВОЛНЫ, ИХ САМОВОЗБУЖДЕНИЕ И СПОНТАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Л.Э.Гуревич, Г.Г.Зегря

Показано, что в металлах, в которых концентрации электронов и дырок одинаковы, при наличии градиента температуры и параллельного ему магнитного поля, возможно самовозбуждение низкочастотных волн нового типа, названных нами термомагнитными квазиальфвеновскими волнами; их частота пропорциональна градиенту температуры. Показано, что при легко достижимых на опыте условиях, они самовозбуждаются , и из металла, в котором это происходит, имеет место спонтанное радиоизлучение.

В [1] были указаны условия самовозбуждения электромагнитных волн в металлах, находящихся во внешнем сильном магнитном поле при наличии градиента температуры. В [2] было исследовано радиоизлучение самовозбуждающихся волн двух типов: геликоидальных при неравных концентрациях электронов и дырок ($n_- \neq n_+$) и альфвеновских при равных концентрациях, имеющих место в четновалентных металлах и, в частности, в висмуте. При этом был рассмотрен случай волн, распространяющихся вдоль градиента температуры $\vec{\nabla} T$ и параллельного или антипараллельного ему магнитного поля **B** (ось z направлена вдоль $\vec{\nabla} T$). Термомагнитные альфвеновские волны при реальных условиях возможны в металлах типа висмута, в которых выполняется неравенство

$$ku_A > \nu_{\mp} ,$$

где k – их волновой вектор; $u_A = B/\sqrt{4\pi n(m_- + m_+)}$ – скорость распространения; $\nu_{\mp}$ – эффективная частота столкновений носителей. В обычных металлах с большой концентрацией носителей это неравенство невыполнимо. Однако при наличии $\vec{\nabla} T$ оказываются возможными и даже самовозбуждающимися волны, для которых выполняется обратное неравенство

$$ku_A < \nu_{\mp} . \qquad (1)$$

Такие волны возникают в сильном магнитном поле, когда циклотронная частота $\Omega = eB/(m_{\mp}c) >> \nu_{\mp}$ (это необходимо для обращения в ноль тока Холла при $n_{-} = n_{+}$, e — абсолютное значение заряда). При этом их частота $\omega << \nu_{\mp}$. Эти волны можно назвать квазиальфвеновскими термомагнитными волнами.

1. Критерий неустойчивости. При наличии $\vec{\nabla} T$ и постоянного магнитного поля **B** плотность тока

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} + \eta [\mathbf{B}' \vec{\nabla} T] + \eta_1 [\mathbf{B} [\mathbf{B}' \vec{\nabla} T]], \quad (2)$$

где η и η_1 даны в [2], $B' \backsim E \backsim \exp(ikz - i\omega t)$ — поля волн, $k = k' + ik''$, $\omega = \omega' + i\omega''$. Подставляя (2) в уравнения Максвелла, мы получим дисперсионное соотношение

$$\omega = \frac{1}{2\sigma} \left(ck_z \eta \nabla T + i \mathcal{P} c \eta_1 k_z B_z \nabla T - i \frac{c^2 k^2}{4\pi} \right). \quad (3)$$

Квазиальфвеновские волны кругополяризованы и множитель $\mathcal{P} = \pm 1$ для правой и левой кругополяризованной волны. При вещественном k мнимая часть частоты ω'' может быть положительной, что означает нарастание соответствующей волны. Если $\eta_1 B_z > 0$, то при достаточно большом градиенте температуры

$$\nabla T > \nabla T_{cr} = \frac{ck}{4\pi |\eta_1| B} \quad (4)$$

или, что то же самое, при не слишком сильном магнитном поле

$$\frac{m_{\mp} c \nu_{\mp}}{e} < B < B_{max} = \frac{4\pi |\eta_1| B^2 \nabla T}{ck} \quad (5)$$

нарастает правая волна, распространяющаяся в положительном направлении оси z, для которой $k_z > 0$ (мы назовем ее прямой), и левополяризованная обратная волна, для которой $k_z < 0$ (значок z означает компоненту вектора, которая может иметь знаки плюс-минус в отличие от модулей k, B). Если $\eta_1 B_z < 0$, то правая и левая волны меняются местами. При выполнении (4), (5) вещественная частота ω' и волновой вектор k' удовлетворяют неравенствам

$$\begin{aligned} \omega' < \omega'_{max} &= \frac{2\pi |\eta_1 \mathrm{Re}\eta| B \nabla T^2}{\mathrm{Re}\,\sigma} \\ k' < k'_{max} &= \frac{2 \mathrm{Re}\sigma \omega'_{max}}{c |\mathrm{Re}\,\eta| \nabla T}. \end{aligned} \quad (6)$$

В этой области частот имеет место конвективная неустойчивость квазиальфвеновских волн в неограниченной среде. Легко показать, что в седловой точке [3] $(\partial\omega/\partial k)_c = 0$ при частоте

$$\omega'_c = \mathcal{P} \frac{\eta_1 \mathrm{Re}\eta B_z \nabla T^2}{\mathrm{Re}\,\sigma}$$

$$k_c = 2\pi(\mathcal{P}\eta_1 B_z \nabla T - i\eta\nabla T)$$

наступает абсолютная неустойчивость.

2. Самовозбуждение квазиальфвеновских волн в ограниченной среде. Пусть исследуемый образец представляет собой пластинку толщиной d, плоскость которой перпендикулярна оси z, а ее размеры в плоскости (x, y) велики по сравнению с d, так что краевые эффекты несущественны. Если прямая волна нарастает, то как легко видеть, будет нарастать и волна, отраженная от границы кристалла. Таким образом, здесь имеет место "обратная связь" и условие однозначности поля [2, 3] имеет вид

$$q_+ q_- \exp[i(k_+ - k_-)d] = 1, \tag{7}$$

где значки плюс и минус относятся к прямой и обратной волнам. При отражении правой волны, для которой $k_+ \approx k'_{r+} + ik''_{r+}$, возникает обратная левая волна, для которой $k_- = k'_{l-} + ik''_{l-}$. Эти две волны составляют одну ветвь самовозбуждающихся колебаний в кристалле. Волны $(l+, r-)$ составляют вторую ветвь колебаний. Условия однозначности для каждой из этих ветвей должны выполняться отдельно. Поэтому коэффициенты q_+ и q_- в (7) должны быть написаны как q_{r+} и q_{l-}, означающие коэффициенты отражения правой прямой волны на границе $z = d$ и левой обратной волны на границе $z = 0$:

$$q_{r+} = -\frac{ck_{r+} - \omega}{ck_{l-} - \omega} = q^{\circ}_{r+} e^{i\phi_{r+}} \quad q_{l-} = -\frac{ck_{l-} + \omega}{ck_{r+} + \omega} = q^{\circ}_{l-} e^{i\phi_{l-}}. \tag{8}$$

Соотношение аналогичное (7) должно иметь место также и для волн второй ветви. Для выполнения (7) необходимо равенство

$$(k'_{r+} - k'_{l-})d + \phi_{r+} + \phi_{l-} = 2\pi p, \qquad p = 1, 2, 3, \ldots \tag{9}$$

Так как $c|k| >> \omega$ и $|k''| << k'$, то величины $\phi << 1$ и потому спектр значений k' мало изменяется при наличии излучения на границах. Используя (9), можно написать (7) в виде:

$$k''_{l-} - k''_{r+} = -\frac{1}{d}\ln(q^{\circ}_{r+} q^{\circ}_{l-}) \approx -\frac{2}{d}\ln q^{\circ}. \tag{10}$$

Согласно [4] для нахождения области неустойчивости надо подставить в (3) выражения $k = k' + ik''$ и $\omega = \omega' + i\omega''$. Решив полученное уравнение относительно k'' и подставив в (10), мы получим связь

$$\omega'' = \frac{\eta_1 B_z \nabla T}{2\omega' \Gamma}\,\frac{c}{d}\ln q^{\circ} - \frac{\mathrm{Re}\,\sigma}{2\Gamma}, \qquad \Gamma = \sum_{-,+} \frac{nmc^2}{B^2}. \tag{11}$$

В той области частот ω', в которой $\omega'' > 0$, имеет место нарастание волн соответствующей ветви. При этом значения $k' = f(\omega', \omega'')$ должны мало отличаться от значений $2\pi p/d$; частоты ω' определяются этими значениями k'. При отражениях от границ волны ослабляются, так как $q^{\circ} < 1$ вследствие излучения. За время $\tau = 2d/u$ (где u – групповая скорость), за которое волновой пакет пройдет путь $2d$ ослабление поля после двух отражений от границ

$$(1 - q^{\circ}_{r+})(1 - q^{\circ}_{l-}) \approx 1 - 2q^{\circ} = \frac{2\omega' + \phi c/d}{c\,|k'|} << 1 .$$

Легко показать, что средний декремент колебаний

$$\gamma = \frac{u}{2d}(1 + 2q^{\circ})$$

много меньше инкремента ω''. Плотность потока излучаемой энергии

$$S = \frac{c}{\pi}\left(\frac{\omega'}{c\,k'}\right)^2 (B')^2 . \qquad (12)$$

3. Стационарный поток излучения. Нелинейные процессы ограничивают нарастание волн и оно заканчивается при некоторой стационарной амплитуде. Метод ее вычисления был изложен в [2], и мы ограничимся лишь указанием результатов. Плотность той части тока, линейного по полю волны, которая пропорциональна надкритичности градиента температуры $\delta\nabla T$:

$$\begin{aligned} j_{1x} &= \delta\nabla T(\eta_1 B_z B'_x + B'_y \operatorname{Im}\eta^*)\cos(k'z - \omega' t) \\ j_{1y} &= \delta\nabla T(\eta_1 B_z B'_y + B'_x \operatorname{Im}\eta^*)\sin(k'z - \omega' t) \end{aligned} \quad , \qquad (13)$$

а плотность тока кубическая по переменным полям состоит из части, имеющей частоту ω и равной $j_3(\omega)$ и части, имеющей частоту 3ω и равной $j_3(3\omega)$. Для нас существенен лишь $j_3(\omega)$. В [2] было показано, что стационарное значение амплитуды магнитного поля B' соответствует равенству

$$j_1(\omega, \delta\nabla T) + j_3(\omega, \nabla T_{cr}) = 0$$

откуда

$$\frac{(B')^2}{B^2} \approx \delta\nabla T\,|\eta_1 B_z|\left\{\sum_{-,+}\left(|\eta_1 B_z \nabla T_{cr}| + \left|\frac{\omega'}{c k'_z}\operatorname{Im}\sigma^*\right|\right)\right\}^{-1}; \qquad \delta\nabla T << \nabla T_{cr}.$$

Подставляя это в (12), получим

$$S = \frac{c}{\pi}\left(\frac{\omega'}{c k'}\right)^2 B^2 \delta\nabla T\,|\eta_1 B_z|\left\{\sum_{-,+}\left(|\eta_1 B_z \nabla T_{cr}| + \left|\frac{\omega'}{c k'_z}\operatorname{Im}\sigma^*\right|\right)\right\}^{-1} . \qquad (14)$$

4. Оценки (при $T = 5$ K, $\nabla T = 3$ град·см$^{-1}$). Пусть $d = 0{,}5$ см, $B = 10^4$ Э, $\sigma \approx 3\cdot 10^{17}$, $\eta \approx 10^{25}$, $\eta_1 \approx 3\cdot 10^{23}$. Для бериллия [5], который является компенсированным металлом, плотность потока излучаемой энергии $S \approx (1 + 10)$ Вт/см^2; $\omega \approx 10^4$ сек$^{-1}$.

Физико-технический институт
им. А.Ф.Иоффе
Академии наук СССР.

Поступила в редакцию
14 июля 1981 г.

Литература

[1] *Гуревич Л.Э., Зегря Г.Г.* ЖЭТФ, 1980, **78**, 123.

[2] *Гуревич Л.Э., Зегря Г.Г.* ЖЭТФ, 1981, **81**, вып. 10.

[3] *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Физическая кинетика, М.: Наука, 1979, гл. 6.

[4] *Ахиезер А.И., Половин Р.В.* УФН, 1971, **104**, 185.

[5] *Ашкрофт Н., Мермин Н.* Физика твердого тела, М.: Мир, 1979, т. 1, гл. 15.