Письма в ЖЭТФ, том 34, вып. 10, стр. 555 – 558 *20 ноября 1981 г.*

ТЕОРИИ С НЕЛОКАЛЬНЫМ СОХРАНЕНИЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА

А.С.Шварц

Анализируются теории, в которых электромагнитная напряженность определена с точностью до знака. В таких теориях могут существовать нити, при обходе вокруг которых напряженность меняет знак. В присутствии нитей нет четкого различия между положительным и отрицательным зарядами.

Рассмотрим модель, описывающую калибровочные поля, взаимодействующие со скалярными полями и фермионами. Будем считать калибровочную группу G связной компактной простой некоммутативной группой; без ограничения общности можно предполагать, что группа G односвязна. Множество классических вакуумов будем обозначать символом R, подгруппу, состоящую из преобразований, оставляющих на месте классический вакуум Φ, символом $H(\Phi)$. (Мы считаем, что в лагранжиане содержится слагаемое $-V(\Phi) = -V(\Phi^1, \ldots, \Phi^n)$, где $\Phi = (\Phi^1, \ldots, \Phi^n)$ – n-компонентное скалярное поле, классический вакуум определяется как точка n-мерного пространства, в которой $V(\Phi)$ достигает минимума). Будем предполагать, что вырождение вакуума обусловлено только действием группы G (группа G действует на R

транзитивно), тогда все группы $H(\Phi)$ изоморфны фиксированной группе $H = H(\Phi_0)$, имеющей физический смысл группы симметрий, остающихся ненарушенными. Все существующие теории "большого объединения" входят в описанный выше класс теорий. Будем предполагать далее, что связная компонента группы H имеет вид $K \times U(1)$, где группа K изоморфна (или локально изоморфна) произведению простых некоммутативных групп. Тогда группа $U(1)$ связана с электромагнитным полем. Теории, которыми мы будем заниматься, характеризуются тем, что электромагнитный оператор зарядового сопряжения содержится в калибровочной группе G. Иными словами, мы предполагаем, что группа H несвязна и что в ней содержится дискретная симметрия α, "переворачивающая" группу $U(1) \in H$ (т. е. удовлетворяющая условию $\alpha u \alpha^{-1} = u^{-1}$ для $u \in U(1)$). Реалистическим примером такой теории является $SO(10)$-модель "большого объединения". Более простой пример — теория с калибровочной группой $SO(3)$ и скалярными полями Φ^{ij}, которые преобразуются по тензорному представлению группы $SO(3)$ и образуют симметричный тензор с нулевым следом. Потенциал $V(\Phi^{ij})$ выберем так, чтобы классический вакуум был матрицей с одним двукратным и одним простым собственным значением. Тогда группа H изоморфна $O(2)$. В качестве преобразования α, "переворачивающего" $U(1) = SO(2)$, можно выбрать диагональную матрицу, для которой $\alpha_{11} = \alpha_{33} = -1$, $\alpha_{22} = 1$ (мы считаем, что классический вакуум реализован диагональной матрицей, у которой первых два диагональных элемента равны). Фермионы несущественны при рассмотрении интересующих нас вопросов.

Опишем некоторые замечательные свойства теорий рассматриваемого нами класса. Прежде всего тензор электромагнитной напряженности $F_{\mu\nu}$ определен в таких теориях, вообще говоря, только с точностью до знака. Это вытекает из формулы для $F_{\mu\nu}$, полученной в [1]. Не приводя полностью этой формулы, отметим, что в области, где скалярное поле близко к вакуумному значению, $F_{\mu\nu}(x) = \langle G_{\mu\nu}(x), h(\Phi(x)) \rangle$, где $h(\Phi)$ — генератор электромагнитной подгруппы $U(1) \subset H(\Phi)$, $G_{\mu\nu}$ — тензор янг-миллсовской напряженности, $\langle\ ,\ \rangle$ обозначает инвариантное скалярное произведение в алгебре Ли калибровочной группы G. В интересующей нас ситуации условие нормировки фиксирует генератор $h(\Phi)$ только с точностью до знака; при этом невозможно выбрать всюду непрерывную однозначную ветвь двузначной функции $h(\Phi)$. Неустранимая двузначность функции $h(\Phi)$ еще не означает, что из функции $h(\Phi(x))$ также нельзя выделить непрерывную однозначную ветвь. Напротив, если множество точек x, для которых определена электромагнитная напряженность, односвязно, такое выделение всегда возможно. Используя результаты работы [2] можно построить такие поля, обладающие осевой симметрией и не меняющиеся при сдвиге вдоль оси, что двузначность функции $h(\Phi(x))$ неустранима; для этих полей $F_{\mu\nu} = 0$. Рассматриваемые поля могут быть названы топологически нетривиальными нитями; в [2] доказано существование нитей, обладающих конечной линейной плотностью энергии и удовлетворяющих уравнениям движения. С помощью описанных только что "прямолинейных нитей" можно построить замкнутые нити, удовлетворяющие уравнениям движения лишь приближенно. Интересные для физики поля имеют конечную энергию: их можно представлять себе состоящими из "частиц" (шаров, в которых плотность энергии существенно отличается от нуля) и замкнутых нитей. Вне "частиц" и нитей поле $\Phi(x)$ мы считаем близким к вакуумному; это значит, в частности, что там имеет смысл тензор $F_{\mu\nu}(x)$. Если нитей нет, то $F_{\mu\nu}(x)$ можно считать однозначной функцией (при удалении из пространства нескольких непересекающихся шаров получается одн связное множество, ситуация в этом случае близка к стандартной). Однако, топологически нетривиальные нити должны возникать на ранних стадиях развития Вселенной (при фазовом переходе), более того, нельзя исключить возможность, что возникшие тогда нити существуют и сейчас. Существование нитей приводит к ряду парадоксальных заключений. Прежде всего, положительный заряд неотличим от отрицательного, магнитный монополь – от антимонополя. Однако, если два электрических или магнитных заряда соединены кривой, то можно определить их относительный знак, который определяется потоком напряженности через границу области, содержащей заряды и соединяющую их кривую. (Этот поток определяется с точностью до знака, поскольку граница рассматриваемой нами области односвязна. Если он по модулю равен сумме потоков через границы областей, содержащих по одному заряду, то нужно считать, что заряды имеют одинаковый знак, если он равен разности, то знаки зарядов следует считать различными). В случае, если нет нитей, относительный знак зарядов не зависит от выбора кривой, поэтому, фиксировав знак одного из зарядов, мы определим знаки всех зарядов. Если же нити существуют, относительный знак зарядов зависит от выбора кривой, это значит, что характер взаимодействия зарядов зависит от того по какой кривой происходит их сближение. Если внутри какого-либо шара (например, внутри Солнечной системы) нет нитей, мы можем непротиворечиво выбрать знак зарядов внутри этой системы соединяя их прямыми линиями (или любыми кривыми, лежащими внутри шара). Однако, электрон, вылетевший из шара, облетевший вокруг нити, и вернувшийся в шар, будет восприниматься как позитрон и может аннигилировать с электронами, оставшимися внутри шара. Описанное явление можно интерпретировать как нарушение закона сохранения электрического заряда. Тем не менее можно считать, что закон сохранения заряда имеет место, приписав каждой нити определенный заряд. Натянем на каждую замкнутую нить пленку; будем считать для простоты, что эти пленки не пересекаются. Удалив пленки и "частицы", получим односвязное множество; в нем можно выбрать тензор $F_{\mu\nu}$ однозначно и непрерывно (на пленке тензор $F_{\mu\nu}$ разрывен, значения этого тензора при подходе с разных сторон пленки отличаются знаком). Электрический и магнитный заряд нити можно определить, рассматривая поток электрической (магнитной) напряженности через границу окрестности пленки, этот заряд, конечно, зависит от выбора пленки. Естественно натягивать на нить ту пленку, которую она заметает во время схлопывания; тогда заряд нити равен суммарному заряду образующихся из нити частиц. При данном выше определении имеют место законы сохранения электрического и магнитного зарядов; это следует из того, что тензор $F_{\mu\nu}$ удовлетворяет уравнениям Максвелла. Не следует думать, что данное выше определение заряда нити полностью избавляет от парадоксов. Например, если когда-нибудь между Землей и Солнцем пройдет нить, то для выполнения закона сохранения заряда мы уже сейчас должны считать электроны Солнца позитронами. Эта терминология станет очевидным образом оправданной после прохождения нити. Для того чтобы она была разумной и сейчас, мы должны считать, что заряды, идущие от Солнца к Земле, меняют знак при пересечении поверхности, по которой (когда-нибудь!) пройдет нить; заряд нити при прохождении зарядов через эту поверхность изменяется. Таким образом, закон сохранения заряда в рассматриваемой нами ситуации имеет достаточно формальный смысл; можно говорить только о нелокальном сохранении заряда, поскольку заряд нити определяется не только точками самой нити, но и пленкой. Отметим в заключение, что рассматриваемые в работе нити в принципе являются наблюдаемыми объектами. Пусть нить проходит через область, заполненную обычным веществом (относительный заряд частиц мы вычисляем, соединяя их прямыми). После прохода нити тогда с одной из сторон от поверхности, по которой прошла нить, останется обычное вещество, а с другой стороны окажется антивещество. Излучение γ-квантов при последующей аннигиляции позволяет судить о прохождении нити.

Пользуюсь случаем выразить благодарность М.Б.Волошину, В.А.Кузьмину, Л.Б.Окуню, А.М.Полякову, М.Ю.Хлопову за интересные обсуждения.

Московский
инженерно-физический институт

Поступила в редакцию
13 октября 1981 г.

Литература

[1] *Schwarz A.* Nucl. Phys., 1976, **B112**, 358.

[2] *Schwarz A. Tyupkin Yu.* Phys. Lett., 1980, **90B**, 135.